UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE

Pedagogická fakulta

Katedra psychologie

Bakalářská práce

Žákovské strategie řešení matematických slovních úloh s mimoškolním kontextem

The Pupils‘ Strategies of Mathematical Word Solving Problems With Real-Life Context

Vedoucí práce: **Vypracovala:**

doc. PhDr. Smetáčková Irena, Ph.D. **Nicole Gruberová**

Praha 2019

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma Žákovské strategie řešení matematických slovních úloh s mimoškolním kontextem vypracovala pod vedením vedoucího bakalářské práce samostatně za v práci uvedených pramenů a literatury. Dále prohlašuji, že tato bakalářská práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Praze dne

……………………………..

Podpis:

Děkuji především vedoucí mé bakalářské práce, docentce Ireně Smetáčkové, jejíž vedení bylo velmi motivující. Dále děkuji všem dětem z mého výzkumu a jejich rodičům, kteří mi vstřícně poskytli veškerý komfort k provedení rozhovorů. V neposlední řadě děkuji paní učitelce, magistře Markétě Vackové, za velmi příjemný rozhovor a poskytnuté informace nejen k dětem, ale rovněž k dalším aspektům školství.

Abstrakt

V mé bakalářské práci jsem se zabývala řešením matematických slovních úloh žáky prvního stupně základní školy. Vedla jsem rozhovory s šesti žáky třetí třídy, při kterých byli instruováni řešit zadané slovní úlohy, a zároveň své myšlenkové operace a řešitelské strategie se mnou sdílet. Snažila jsem se pochopit, jak v řešení postupují, a odkud pramení jejich nejčastější chyby. Soustředila jsem se především na způsob, jakým byly úlohy formulovány, a které slovní obraty dětem pomáhají nebo je naopak matou. Konkrétně jsem se zaměřovala na kontext využitý v úlohách – jeho atraktivita i způsob podání, a jak s ním děti v průběhu řešení nakládají. Informace k prospěchu dětí a k rozdílu mezi úlohami z mého souboru a běžnými úlohami mi byla poskytnuty prostřednictvím rozhovoru s třídní učitelkou dětí z mého souboru. Výzkum ukázal, že děti se ve svých řešitelských strategiích velmi liší na základě toho, zda u nich převažuje intuitivní, či analytické myšlení. Výskyt nestandartního kontextu coby motivačního faktoru se prokázal, ovšem nepřesvědčivé výsledky byly vidět v jeho roli jako kognitivního pomoci. V případě délky kontextu, opět záviselo, zda převažuje intuitivní či myšlení analytické, či zda se dítě soustřeďuje mechanicky na signální slova. Vliv souběžného vedení a dopomoci se ukázal jako významný.

Klíčová slova

matematika, slovní úlohy, strategie, kontext

Abstract

In my thesis I concentrated on mathematical problem solving by pupils at elementary school. I lead interviews with six 3rd grade children, during which they were instructed to solve the problems as well as to share their stream of thoughts concerning their solving strategies with me. I tried to understand the ways how they solve the problems and where their mistakes stem from. My attention focused on the ways the problems were formulated and what specific words may have either helped or distracted the children while the problem solving. The special attention was paid to contextual information which children use during the solving of word problems – its attractivness as well as the way it is served to them. The information about the childrens´ school results and the difference between word problems from my set and the regular ones I gained from an interview with the school teacher of the children from my research group. The research showed that the difference between intuitive and analytical way of thinking had the most crucial impact on the strategies the children chose during the word problem solving. The occurence of non-standard context as a motivator was proved, however it was not so in the case of it in a role of a cognitive help. This impact was not proved surely. Concerning the length of the contextual information it was again influenced by the prevalence of intuitive or analytical way of thinking, and the different result brought the children focused solely on key words. The effect of the collateral guidance while problem solving was of a great significance.

Key words

mathematics, word problems, strategies, context

Obsah

1. Úvod

Otázky didaktiky matematiky nabírají v současné době na stále větší důležitosti. Je zcela evidentní, že s dobou rostoucího významu počítačových technologií, jdou matematické schopnosti s uživatelskými schopnostmi na počítači, potažmo těmi programátorskými, ruku v ruce. Stále zvyšující se životní úroveň a ekonomická nezávislost rovněž přináší nutnost občanů být finančně, a tedy i matematicky gramotní, aby ve světě obstáli. Realita je ovšem bohužel jiná. V České republice je více než milion osob v exekučním řízení, přičemž tato čísla narůstají každý rok o několik procent, navzdory faktu, že nezaměstnanost v naší zemi je rekordně nízká[1], platy zaměstnanců napříč obory, se vzhledem k růstu ekonomiky, neustále zvyšují. Tato situace je mimo jiné obrazem žalostné výuky finanční gramotnosti na českých školách. Moje osobní zkušenost z poměrně elitního pražského gymnázia, kde byla výuka finanční gramotnosti omezena na výklad zásadních ekonomických teorií, přičemž záležitosti kolem daní, komunikace s úřady a další praktické informace zůstaly nedotčeny. Obávám se, že situace na odborných středních školách či učilištích bude ještě výrazně horší, přičemž mediální diktát pochybných bank nabízejících „výhodné" úvěry, je všudypřítomný, a není zde nikdo, kdo by poskytl příslušnou osvětu. Nevědomost o koloběhu peněz, činnosti bank, rizicích úvěrů a podobně, se nadále šíří napříč rodinami, kde v mnoha případech není, jaké znalosti a zkušenosti si předat. Tato nevědomost v kombinaci s aktuálním kultem okamžitého užívání si a konzumu, pod každodenní palbou reklamních billboardů, je příčinou těchto tragických důsledků.

Má bakalářská práce se však nebude zaobírat českou ekonomikou ani finanční gramotností, nýbrž matematickými slovními úlohami, a tím, jak je nazírají děti třetí třídy. Matematické schopnosti jsou totiž přímo esenciální pro další chápání ekonomiky a běžných denních starostí dnešní doby. Samotná matematika už právě představuje problém. Dle organizace Cermat u posledních maturitních zkoušek propadla, nebo dostala čtyřku, téměř polovina českých studentů, kteří si matematiku jako maturitní předmět vybrali. (ČTK, 2018) Když se podíváme na mezinárodní srovnávací zkoušky

[1] Mluvím o roce 2019, kdy je na českém trhu práce více volných míst, než nezaměstnaných osob.

PISA zemí OECD, zjistíme, že schopnosti českých žáků v matematice klesají. Zatímco na základě prvních šetření v letech 1994 a 1995 se čeští studenti umístili v nadprůměru zemí OECD (Průcha, 1999), přičemž tento trend pokračoval i v roce 2005 (OECD, 2007), zveřejněné výsledky PISA z roku 2012 už ukazují znatelný pokles v mezinárodním žebříčku (OECD, 2014). Ministerstvo školství tuto situaci samozřejmě vidí jako problematickou a při každé změně ministra školství můžeme zaznamenat médii procházející zprávy o tom, kdy již bude maturita z matematiky pro studenty povinná. Na základě předešlých faktů si ale můžeme udělat obrázek o tom, jak budou asi vypadat výsledky studentů.

Naopak velmi málo se ve vrcholné politice řeší, co by studentům mohlo pomoci a jak už od nejútlejšího věku výuku matematiky koncipovat. Mluvím zde o sestavování osnov, tedy o tzv. kurikulární politice, pro základní a střední školy, které stále jen v menším procentu případů reflektují výsledky výzkumů a řídí se stále postupy, které si nekladou přílišné ambice. Existuje mnoho škol, kde do výuky zkusili implementovat např. metody profesora Hejného, ale převažující trend se nemění. V rámci mého výzkumu jsem měla možnost mluvit s učitelkou prvního stupně základní školy, třídní učitelkou dětí z mého výzkumu, která potvrdila jednotvárnost slovních úloh vyskytujících se v běžných učebnicích, které staví spíše na metodě klíčových slov, nedostatek času ve výuce, který pro ni zbývá na rozvíjení logického myšlení dětí, a v neposlední řadě odpor rodičů k jejím inovativním snahám zavést jiný typ učebnic matematiky, od nichž nakonec musela ustoupit.

Domnívám se, že právě slovní úlohy, jež bývají často strašákem všech žáků, jsou tím největším pojítkem mezi matematikou a reálným životem. Ve slovních úlohách bývají popsány situace ze skutečného života, ať už okleštěné na úplné jádro jako v běžných učebnicích, nebo popsány komplexněji v rámci inovativních snah. To, že dítě musí na vzniklou situaci aplikovat matematickou operaci, v něm podporuje hlubší přemýšlení, než pouhé operace s čísly. Pokud se dítě naučí řešit různé problémové situace v matematických slovních úlohách, bude možná racionálněji uvažovat v situacích, kdy bude zacházet s penězi, plánovat rozpočet a řešit náhlé problémy běžného života. Zlepšování pochopení zadání slovních úloh by tedy mělo být velkou snahou matematické didaktiky. Právě to, jak rozličným slovním úlohám děti rozumí a jaké strategie při jejich řešení volí, bych chtěla zkoumat v této práci a pokud možno přispět svým dílem výzkumu matematiky.

Tato bakalářská práce se skládá z teoretické části, kde představím významné kognitivně-psychologické teorie, které se k řešení matematických slovních úloh vztahují, a rovněž představím některé dřívější výzkumy, které se podobným tématem zabývaly. V praktické části nejprve metodologicky rozeberu můj výzkum a poté představím výsledky dětí, které se následně pokusím srovnat s výsledky existujících výzkumů. V mém výzkumu jsem vedla rozhovory s dětmi prvního stupně základní školy nad slovními úlohami, které měly za úkol řešit. Pozorovala jsem, jakým způsobem se k úlohám staví, jaké postupy řešení volí a jaký na to všechno má vliv formulace zadání, náročnost operací nutných k vyřešení a rovněž atraktivita kontextu. Právě atraktivita je dle mého názoru zásadní zvláště v prvních letech školní docházky, kdy si děti k jednotlivým předmětům vytváří vztah. Právě jako nízce atraktivní hodnotí čeští studenti výuku, a taktéž ne velký zápal pro ni vyjadřují, jak vyplývá z dotazníků souvisejících s testováním PISA, a to ještě v době, kdy výsledky jejich znalostí a schopností byly přitom nadprůměrné (Průcha, 1999).

Vzhledem k tomu, že jsem se snažila popsat řešitelské strategie dětí v co největší komplexnosti, přesahuje má bakalářská práce svým rozsahem limit doporučený katedrou. Jedná se o kvalitativní data, při jejichž analýze se vynořovala stále nová zajímavá témata, která jsem nechtěla vynechat, abych mohla podat objektivní výstup.

Domnívám se, že pomocí vhodného kontextu a strukturace slovních úloh můžeme dětem úlohy zpřístupnit a doufám, že tak i budeme o krok blíže větší samostatnosti a zodpovědnějšímu fungování ve společnosti. Ověřit, zda je tento můj předpoklad pravdivý, bude jedním z cílů výzkumu.

2. Kognitivní vývoj

2.1 Stadia vývoje dle Jeroma Seymoura Brunera

Pro pochopení vývoje matematického usuzování je zapotřebí poznat obecný vývoj kognitivních procesů, kterým se zabýval významný kognitivní psycholog Jerome Bruner, jenž v tomto ohledu vychází částečně z Jeana Piageta. J. S. Bruner se dále významně inspiroval Lvem Vygotským, jehož vliv rozeberu dále.

První fáze vývoje kognitivních procesů dítěte dle Brunera (Bruner, 1965), jež spadá do předškolního období, se nazývá předoperační stadium, protože dítě nabývá znalosti o fungování světa přímou zkušeností bez vnitřní manipulace s pojmy, tedy aniž by využívalo operace. Chybí mu rovněž uvědomění kauzality a pochopení vztahů mezi objekty či činnostmi. Zásadní je též absence pojmu zvratnosti (neboli schopnosti konzervace objektu) - dítě v prvních letech svého života není schopno připustit, že objekt uchovává stejné množství nebo stejnou váhu, pokud se vizuálně změní jeho tvar. Jerome Bruner (1965) tuto vývojovou fázi nepovažuje pro oblast efektivity školního vyučování tolik důležitou, což bude platit rovněž pro mou práci.

Následující dvě stadia budou však pro řešení matematických slovních úloh stěžejní. Jedná se již o stadia operační, kde operace je *„činnost, která může být uskutečněna buď přímo manipulací s předměty, nebo vnitřně, jestliže se manipuluje se symboly, jež zastupují v myšlení člověka věci a vztahy.“* (Bruner, 1965, s. 41) Operace je prostředek, kterým se jedinec učí vnější realitu o světě, a tyto poznatky následně hierarchizuje. Zde tkví rozdíl mezi předchozím, aktivním stadiem, a pozdějšími dvěma operačními stadii. První operační stadium se nazývá stadium konkrétních operací, kde již dětí počínají vidět svět v kauzálních souvislostech, a významným způsobem se u nich rozvíjí logické myšlení, včetně chápání pravidel na racionálním základě.

Při hlubší úvaze nad jednotlivými stadii se neubráním myšlence, že tento postup směrem ke kauzalitě je možná ryze západní záležitostí, neboť tam, kde my máme kauzální vidění, ve východní společnosti dominuje synchronicita (de Moura, 2014), která má možná blíže k prvnímu stadiu. Zde *„leží hlavní úspěch rozvoje zacházení dítěte se symboly v tom, že se naučí označovat jevy vnějšího světa pomocí symbolů na* *základě prostého zobecnění; předměty si představuje jako ekvivalentní, mají-li některé společné vlastnosti.“* (Bruner, 1965, s. 41) Samozřejmě toto přirovnání nemůže být absolutní, neboť některé aspekty prvního stadia jsou s pokročilým uvažováním neslučitelné, tudíž by rozhodně stálo za srovnání západního a východního vývoje myšlení ve své komplexnosti, neboť nám je šířeji znám jen dospělý kontext východního uvažování. Ostatně již Bruner (1965) upozorňuje, že tato hierarchie je dána tzv. ženevskou školou jako platná zejména pro švýcarské děti.

Vrátím-li se zpět k Brunerovu (1965) výkladu druhé fáze kognitivních procesů, je zde již dispozice dítěte pro zvratnost, tedy vnitřní manipulaci s objekty na základě funkčních přírodních zákonů. Mělo by již vyhasínat používání metody pokus-omyl, tak typické pro předchozí stadium, jako hlavního způsobu objevování chodu světa. Co však dítě v tomto stadiu ještě postrádá, je schopnost abstraktně uvažovat. S příchodem stadia formálních operací, okolo 10. až 14. roku, začíná jedinec zvažovat alternativní řešení problémů, která mu nejsou předkládána, uvažuje hypoteticky bez vazby na vlastní minulou zkušenost. Ačkoli byly děti v předchozím stadiu schopny logicky prostoupit do pravidel například matematiky a dalších přírodních věd, nedokázaly je zobecnit na úrovni formálních operací. To do vysoké míry souvisí s jazykem, jaký je pro vysvětlování pojmů použit.

Na základě této kategorizace a se znalostí úrovně kognitivních procesů můžeme usuzovat, jaké slovní úlohy a další matematické výukové metody budou pro které stadium vhodné. Především používání adekvátních jazykových obratů je nutné důsledně zvažovat, jak vyplývá ze slov Brunera (1965) výše, a jak též dále rozvedu.

2.2 Brunerova pedagogická východiska

„Při vyučování základním pojmům je nejdůležitější pomoci dítěti postupně přecházet od konkrétního myšlení k používání pojmově stále adekvátnějších způsobů myšlení.“ (Bruner, 1965, s. 44) Autor v průběhu celé stati apeluje na rozdílnost formy, jakou se má učivo a nové pojmy předkládat, v závislosti na stadiu, v němž se dítě nachází - *„… v každém stadiu vývoje má dítě své způsoby vidění a výkladu světa.“* (Bruner, 1965, s. 40) Dále z těchto předpokladů dle Brunera vyplývá, že jakýkoli pojem

je možný vysvětlit jakkoli starému dítěti, ale způsoby musí být odlišné a každý pedagog by se měl snažit nalézt vhodnou metodu přeformulování na základě vývojového hlediska, kterouž nazývá „převádění“ (translation), tedy překlad do jazyka dítěte. Ideální učební osnovy vidí jako tzv. spirálové, jejichž podstata spočívá v nabalování znalostí kolem určitých probíraných témat v časovém odstupu, a právě vždy na základě převádění konkrétní látky do vhodné formy pro různě staré děti.

Nyní bych navázala na citaci ze strany 44 jejím pokračováním: *„Je však marné snažit se toho dosáhnout tím, že budeme dávat dítěti formální vysvětlení založené na logice, která je odlišná od způsobů jeho myšlení a neplodná ve svých důsledcích pro ně. Vyučování matematice bývá často prováděno právě takto. Dítě se neučí chápat matematický řád, nýbrž spíše užívat určitých prostředků nebo receptů, aniž chápe jejich význam a souvislost, protože nejsou převedeny na jejich způsob myšlení. Po takovém nevhodném začátku dojde žák snadno k přesvědčení, že nejdůležitější věcí je pro něho být přesný – třebaže se přesnost týká spíše počítání než vlastní matematiky.“* Toto je podle mého názoru tvrzení, které bychom všichni mohli být schopni dedukovat na základě výše stanovených Brunerových tezí, ale přesto v praxi tento způsob výuky absolutně dominuje. V matematice, fyzice a dalších přírodních vědách jsou nám v dětství předkládány tak vysoce formální vysvětlení, která málokdo chápe, jedná se skutečně o návody, jak postupovat bez představy, co reálně znamenají. V současné době potkávám mnoho svých spolužáků ze základní či střední školy, a setkávám se s týmž názorem, se kterým souzním i já, to jest, že nyní si ty poučky, vzorečky, jsme schopni už nějak představit, připadají nám naprosto logické. Klademe si však otázku, proč to tak nebylo dříve? Pravděpodobně, kdybychom si týmž procesem prošli nyní, s naší aktuální intelektovou připraveností, chápali bychom ho lépe. Jerome Bruner však varuje před zbytečným odkládáním výuky učiva, které žákům dělá problém. Klade ale učitelům na srdce, aby rozmýšleli pouze to, jakým způsobem ho žákům předkládají, a rozhodně v začátcích upustili od náročných formálních popisů a složité terminologie. V této souvislosti Bruner cituje učitele elementární matematiky, jehož si velmi váží, Davida Page: *„Snad vůbec neexistuje nic takového, co je obtížné samo o sobě. Musíme prostě čekat, dokud nebude nalezen vhodný přístup nebo adekvátní výklad daného obsahu.“* (David Page In Bruner, 1965, s. 45) Page, který stejně jako Bruner, hledá cesty, jak posouvat dítě intelektuálně kupředu, vidí ideál ve střední náročnosti otázek, kterými děti navádět v matematických problémech, tak aby nebyly příliš náročné a děti by zahltily, ale aby je zároveň stimulovaly v dalším řešení a posouvání do dalšího stadia hlubokého pochopení principů matematiky a fyziky. Zde můžeme spatřovat analogii s konceptem „flow“ psychologa Mihalyho Csikszentmihalyiho, v němž aby nějaká aktivita byla pro člověka uspokojující, musí být dostatečně motivující, obsahovat výzvy, které jsou pro nás náročné, ale jen do určité míry- tak, aby nebyly příliš nedosažitelné (Csikszentmihalyi, 2015).

2.3 Vývoj mentálních reprezentací u Jeroma Brunera

Jádro přínosu Jeroma Brunera tkví v jeho rozlišení tří soustav mentálních reprezentací, které si děti v průběhu vývoje osvojují, což souvisí s jeho hlavní myšlenkou, že dětem musíme předkládat informace v souladu se stadiem jejich myšlení. Na základě toho konkrétního modu, ve kterém se nachází, tedy který si již osvojili, můžeme přistupovat v pedagogickém působení na ně. (Plháková, 2004)

Prvním z nich je akční modus, ve kterém děti poznávají chod světa pomocí aktivního působení nebo pomocí fyzických aktivit. Například opakují pohyby po svých rodičích, či aktivity lidí, které vidí ve svém okolí, a tím získávají například prostorovou či vlastní kinestetickou představivost, ovšem aniž by o tom přemýšleli- jde o praktické konání. (Plháková, 2004) Tento modus má dle mého názoru blízko k tělesně-kinestetické inteligenci Howarda Gardnera (Atkinson, 2003), ke které patří správné vypozorování určitého pohybu či pohybových vzorců - analýza v mozku, a následné perfektní provedení. Jedná se však o inteligenci na vyšší úrovni, kde je kromě akčního modu nutné zapojit vlastní představivost. O dokonalé zopakování pohybu a následné naučení jde ovšem také.

Další soustavou je ikonický modus, který si děti osvojují zhruba okolo 5. roku a je založen na představách, jak vizuálních, tak auditivních. Tyto představy však není schopno verbalizovat, a k přemýšlení o nich není nutné doprovodné jednání popsané v rámci akčního modu. Hlavní je zde myšlení samotné.

Poslední je symbolický modus, ve kterém již ústřední roli zastává jazyk a reprezentace jím zprostředkované, které mohou následně vést až k abstraktním myšlenkovým operacím a stojí vývojově tudíž nejvýše. Je možné jimi reprezentovat jak reálné situace, tak výroky matematické logiky a umožňují strukturaci pojmů v rámci myšlení. (Plháková, 2004)

2.4 Lev Semjonovič Vygotskij coby kritik tehdejšího kognitivně vývojového mainstreamu

Stejně tak jako Bruner i další významný teoretik kognitivní vědy, Lev Vygotskij, reagoval na výzkumy Jeana Piageta, a rovněž do velké míry kritizoval jeho představu statičnosti a danosti vývoje kognitivních procesů. Piaget říká, že naše jednotlivé mozkové struktury postupně dozrávají a z naší biologické podstaty se tedy stáváme více a více schopni učení (Bruner, 1965). Namísto toho Vygotskij zdůrazňuje sociální vlivy a individuální průběh rozumového zrání u dětí. Přichází s pojmem internalizace (Sternberg, 2009), tedy zvnitřnění, kterým nahrazuje Piagetovu tezi o tom, že musíme být biologicky připraveni na procesy učení. *„Internalizace znamená vstřebávání znalostí z kontextu "* (Sternberg, 2009, s. 481). Prostředí poté do velké míry ovlivňuje to, co dítě dále bude zvnitřňovat. Dále z hlediska sociálního kontextu, jež Vygotskij vyvyšuje nad více méně konstantní rychlostí se vyvíjející intelektuální vývoj u Piageta, zavádí pojem zóna nejbližšího vývoje. Jedná se o koncepci učení, která představuje možnost učení za jistých podmínek náš vnitřní intelektuální vývoj předbíhat - tzv. mu razit cestu (Vygotskij, 2017). *„Jedná se o vzdálenost mezi aktuální úrovní výkonu a potenciální vývojovou úrovní "* (Vygotskij, 2017, s. 66). Faktor, který ovlivňuje, zda se dítě posune na potenciální úroveň svého výkonu či zůstane na své aktuální, je přítomnost a aktivita dospělého, který dítěti pomáhá řešit problémy a vhodnými návodnými otázkami ho učením provází. Správný učitel by tedy měl být schopen vhodně, s přihlédnutím na aktuální úroveň dítěte, napomáhat rozvíjet jeho struktury myšlení tak, aby předcházely standartní vývoj. Bude pak také záležet na vnímavosti dítěte vůči poskytované pomoci dospělého, jinými slovy, jak je z ní dítě schopno těžit. Právě tento model budu následovat ve svém výzkumu.

Jedná se o pedagogický koncept, který významným způsobem ovlivňuje odborníky od konce 70. let. Jeden z výzkumů citovaný v knize *Psychologie myšlení a řeči* (Vygotskij, 2017), od Browna a Ferrary z roku 1985, prokázal větší vliv vnímavosti vůči nabízené pomoci na rychlost učení, než hodnota IQ. Ta většinou byla v souladu s věkem dítěte, naopak v oné vnímavosti byly mezi dětmi velké rozdíly.

2.5 Vývoj uvědomovanosti u Lva Vygotského

Rovněž v této oblasti Vygotského bádání rezonují teorie Jeana Piageta, konkrétně jeho egocentrické myšlení. To jest typické převážně pro děti předškolního věku, a čím starší dítě je, tím dochází k jeho postupné redukci. Vývoj myšlení směrem k tomu dospělému je vůbec podle Piageta ubýváním specifik dětského myšlení, která jsou nahrazována novými strukturami, spíše než přibýváním dalších vyspělejších struktur k těm původním dětským. Vygotskij (2017) v tomto vidí paralelu nádoby, ze které je bílá kapalina postupně vytlačována červenou kapalinou, až dojde k finální změně obsahu nádoby.

Dětský egocentrismus je vlastně tím, co charakterizuje předoperační stadium u Brunera (1965), když navazuje na Piageta, zabraňuje dítěti uvažovat metakognitivně a mentalizovat. *„Piaget ukázal, že nejcharakterističtější pro pojmy a myšlení vůbec je v tomto věku neschopnost uvědomovat si vztahy, které se však mohou u něho realizovat spontánně a automaticky zcela správně, když to od něj nevyžaduje speciální uvědomění“* (Vygotskij, 2017, s. 76). Děti tak namísto formální logiky vztahů, používají egocentrickou logiku, což by mělo vymizet zhruba s příchodem do školy či některé jeho dílčí formy v průběhu prvních let školní docházky.

Vygotskij však objevil jiné vysvětlení postupného vzniku uvědomovanosti v souvislosti s jeho výzkumem vytváření běžných a vědeckých pojmů u dětí. Zjistil, že zatímco běžné pojmy denního života vznikají primárně mimo vzdělávací systém, při zkušenosti dětí, a až následně je děti zobecňují, a to především ve škole, odborné termíny děti prvotně získávají verbální formou v systému vzdělávání, kde jsou sekundárně převáděny na konkrétní jevy. Jako vysvětlení absence uvědomovanosti uvádí Vygotskij (2017) ne přítomnost dětského egocentrismu, ale malou strukturovanost a systematičnost pojmů, které tím pádem nemohou být uvědomované. S pomocí učitelské podpory se však vyšší psychologické funkce dítěte rozvíjejí a právě seznamování s vědeckými pojmy vytváří onu naši strukturovanost a z ní plynoucí uvědomovanost. Ta poté spolu s dětskými pojmy tvoří mysl dítěte, aniž by cokoliv muselo býti nutně ihned vytlačováno.

Tím pádem, když bychom v tuto chvíli navazovali na Vygotského (2017), což já jsem ve svém výzkumu dělala, kontext úloh a jejich formulace by již mohla být pokročilejší, přesněji na úrovni počátku nadcházejícího stadia. Po boku by dítěti stál dospělý, který by ho k porozumění náročnější látky vedl.

Oproti tomu Piaget dle Vygotského (2017) vidí mezi světy dospělých a dítěte tlustou čáru, kde právě ona systematičnost nemá ve světě dítěte co dělat. Za tohoto předpokladu by vhodný kontext pro slovní úlohy ten, kterému děti již plně rozumí a jsou schopny s ním pracovat, přičemž o žádném souběžném pedagogickém vedení by nebyla diskuze.

3. Aspekty kognitivní psychologie činné v řešení problémů

3.1 Analytické vs. Intuitivní myšlení

Úvaze nad rozdílnými významy těchto dvou druhů myšlení se ve mnou výše citovaném díle věnoval důkladně J. S. Bruner (1965). Ačkoli sám zdůrazňuje, že lze těžko najít ideální definici intuitivního myšlení, je o jeho významu pro rozvoj vědy neochvějně přesvědčen. Upozorňuje na jeho vyzdvihování význačnými matematiky a fyziky, přičemž všichni již v té době (60. léta) dlouhou dobu spílali na malý důraz na intuitivní myšlení ve výuce. Nyní máme rok 2019 a situace je naprosto stejná. Ukazuje se, že jeho implementace do výuky není vůbec jednoduchá, a otázku, jak toto myšlení vlastně vzniká, si klade autor právě zde ve své stati (1965).

Intuitivní myšlení dává autor do kontrastu s analytickým, které je založeno na postupných exaktních krocích, které jsou jeho tvůrci vědomě dostupné a je schopen je vykládat jinému člověku (Bruner, 1965). Dodala bych, že se jedná o ideální kognitivní proces pro metakognici (tj. *„například sledování a úprava svých vlastních kognitivních procesů v době, kdy řeší kognitivní úlohy“* (A. L. Brown, 1978; Flavell a Wellman, 1977 In Sternberg, 2009, s. 485)) a vlastně též pro zpracování a exaktní zhodnocení výpovědí dětí z mého výzkumu. Oproti tomu intuitivní myšlení se projevuje náhlým vhledem do problému, náhlým uvědoměním řešení, které může být buď správné, nebo špatné, přičemž člověk není s to deklarovat, ba ani v mysli rozpoznat operace, kterými se k výsledku dobral.

Nedá se říct, že by Bruner (1965) jednomu z těchto druhů myšlení stranil, zdůrazňuje však obrovskou pokrokovost, kterou s sebou intuitivní myšlení přináší. Naopak analytické myšlení by se s tím intuitivním mělo kombinovat a ověřovat správnost jeho objevů. Jak jsem výše zmínila, spolu s dalšími odborníky z přírodních věd kritizuje plošný důraz na analytické myšlení ve školách a v souladu se svými vývojovými postuláty uvádí, že začít by se mělo s rozvojem intuitivního myšlení a až sekundárně děti seznamovat s důkazy a dedukcemi.

K předestřené otázce, jak intuitivní myšlení u jedinců vzniká, Bruner (1965) se kloní k vysvětlení tkvícím v „nápodobě“, a to učitelů, kteří intuitivně uvažují, či přímo identifikaci žáků s nimi. *„Zdá se nepravděpodobné, že by žák mohl rozvíjet intuitivní metody svého myšlení nebo mít důvěru v ně, kdyby nikdy neviděl, jak účinně jich užívají dospělí. Učitel, který dovede na základě dohadu dávat odpovědi na otázky, jež mu třída klade a potom podrobit své dohady kritické analýze, je možná způsobilejší vytvořit u svých žáků ony návyky, než učitel, který žákům zanalyzuje všechno předem“* (Bruner, 1965, s. 62). Zde můžeme vidět Brunerův silný důraz na sociální aspekty vývoje, v čemž navazuje na Vygotského, a naopak naprostou absenci Piagetovského akcentu na biologii. V této citaci rovněž zaznívá velmi krásné didaktické doporučení, které je dle mého názoru hodno následovat.

3.2 Překážky a pomůcky v řešení problémů

Pro řešení problémů a tedy i matematických slovních úloh je podstatné zmínit několik jevů, které ovlivňují úspěch, či neúspěch. Jsou to mentální nastavení, zablokování a fixace (Sternberg, 2009). Mentální nastavení je to, jakým způsobem reprezentujeme rámec určitého problému a jeho řešení, což následně přenášíme na podobné problémy, o nichž se domníváme, že se tudíž tímto způsobem dají vyřešit. Nemusí to však vždy být tak, a jsme v tu chvíli *blokováni* tímto naším nastavením, určitým předobrazem, v důsledku čehož nejsme s to daný problém vyřešit.

Stejně tak funkční fixace nám může zabránit vyřešit problém, přičemž její podstata tkví v naší zvyklosti používat určité předměty pouze za jedním konkrétním účelem a máme omezenou fantazii na to, použít ho jinak ve chvíli, kdy je to nasnadě pro vyřešení nějakého problému.

Další termín vztahující se k mentálnímu nastavení a fixaci je přenos neboli transfer, jenž bude v mém výzkumu stěžejní. Jedná se o *„jakýkoli přesun znalostí nebo dovedností z jedné problémové situace do druhé“* (Sternberg, 2009, s. 406). Uplatňuje se při učení, kdy získáváme nějaké informace, které si zapamatujeme a následně je používáme v určitých situacích. Tento přenos však může být pozitivní, nebo negativní v případě, že použijeme znalost řešení nějakého problému, která ale je irelevantní v řešení aktuálního problému.

4. Problematická místa v matematice u českých dětí dle výroků učitelů

4.1 Problémy s matematickými slovními úlohami u žáků 1. stupně ZŠ

Nyní, abych se dostala blíže ke svému výzkumu, popíši postoje učitelů základní školy k tomu, jak děti řeší slovní úlohy. Zaměřím se na konkrétní problémy, se kterými se děti dle deklarací učitelů nejvíce potýkají. Půjde o české prostředí a čerpat budu z knihy *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů* Miroslava Rendla, Nadi Vondrové a kolektivu (2013).

Autorky Darina Jirotková a Jaroslava Kloboučková zpracovaly kapitolu zaměřující se na kritická místa v matematice na 1. stupni ZŠ, který je pro můj výzkum zásadní. Učitelé prvního stupně se shodují na tom, že slovní úlohy jsou z matematiky pro děti největším problémem (Jirotková & Kloboučková, 2013). Učitelé problémy s řešením slovních úloh u dětí přičítají převážně špatné čtenářské gramotnosti, kvůli které děti nejsou schopny pochopit význam celého zadání, smysl daného problému. Jak uvádějí autorky (Jirotková & Kloboučková, 2013) učebnice jsou plné slovních úloh sestávajících z tzv. signálních slov, která automaticky navozují matematickou operaci (více, méně, krát, krát méně, …), tím pádem žáci nejsou vedeni k přemýšlení nad úlohami, ani k jejich dočtení až do konce, na což si učitelé stěžují.

Někdy ale dle výpovědi jedné učitelky z výzkumu (Jirotková & Kloboučková, 2013) můžu tato signální slova vyvolávat v dětech zmatek, v čemž vychází z vlastní zkušenosti: *„Ale co jsme nedělávali, tak takové to „větší o“, menší o“, takové ty šipky šílené, které se na té základce, co já jsem si vzpomněla, že já na ně mám asi nějaké vzpomínky neblahé. Nevím moc, o co šlo, možná jsem tomu tenkrát nerozuměla, ale vím, že z toho jsem byla asi zmatená (...) To bylo na mě asi dost složité. Takže vím, že to „větší“ „menší“ jsem řešívala těma obrázkama, že si to (děti) nakreslily a v tom je to jasně vidět, kdo má víc. Anebo si to skládaly. (...) Protože někdo tu vizuální stránku nemá tak rozvinutou, aby viděl, že tam je víc o jednu“* (Jirotková & Kloboučková, 2013, s. 58).

Dalším faktorem je nízká motivace žáků úlohy řešit, která dle mého názoru přímo souvisí s dříve uvedenou jednotvárností úloh, do kterých stačí doplnit čísla a na základě signálního slova matematizovat. Na základě této jednotvárnosti se pak ona čtenářská dovednost dále nerozvíjí, stagnuje a sekundárně vede k nízké schopnosti řešit úlohy, které se nějakým způsobem ze šablon vybočují. Učitelé se proto snaží mnohdy úlohy zatraktivnit a zapojit je taktéž do her.

Právě reakce dětí na signální slova a naopak schopnost poradit si i bez nich, bude jedním z předmětů mého bádání v této bakalářské práci, stejně tak jako atraktivita kontextu v úlohách.

Další problém, kteří učitelé akcentují, je neschopnost vytvořit zápis k řešení úlohy, což je s náročností úloh považováno za stále více a více podstatné. Je otázka, zda tato obtíž plyne z absolutního nepochopení zadání nebo spíše více rozvinutým intuitivním myšlením, než analytickým. Dle mého názoru však v mnoha případech může být zvláště u slovního zkoušení či řešení jasně vidět, zda dítě umí úlohu dovést do konce bez zápisu, nebo neví vůbec, co se po něm chce. Závisí však na pedantnosti učitelů, či to po dětech budou chtít. Kdybychom navazovali na východiska Jeroma

Brunera (1965), doporučili bychom zpočátku na zápisech netrvat, ale s analytickým přístupem začít až v pokročilých ročnících školní docházky. K tomu, zda neschopnost vytvořit zápis svědčí o nepochopení úlohy, se váže tato jeho citace: *„ (...) dovedeme však rozlišit nezřetelnou genialitu od zřetelné zaostalosti – první je reprezentována žákem, který ve svých operacích a vývodech projevuje hluboké chápání předmětu, avšak není s to „říci, jak to probíhá", na rozdíl od žáka, který oplývá zdánlivě vhodnými slovy, ale není dostatečně schopen použít pojmů, které stojí za těmito slovy"* (Bruner, 1965, s. 57).

Autorky (Jirotková & Kloboučková, 2013) rovněž zmiňují, že žádný z učitelů neviděl jako potřebné využívat úlohy z reálného života, na rozdíl od vyučujících 2. stupně, jak dále uvidíme.

4.2 Problémy s matematickými slovními úlohami u žáků 2. stupně ZŠ

Dále bych ráda rozebrala problémy se slovními úlohami, jak je nahlížejí učitelé 2. stupně základní školy, neboť důvody, které uvádějí, se těsně prolínají s mým výzkumem a jsou zde rozebrány poměrně detailně. Autorkami této kapitoly výše uvedené knihy jsou Naďa Vondrová a Jana Žalská.

Hlavní příčiny vidí učitelé v neschopnosti dětí pochopit zadání a situaci v něm obsaženou, tzv. konceptuální porozumění, což souvisí právě s čtenářskou dovedností. Rovněž učitelé zmiňují problémy s matematizací, tj. převod do matematického jazyka a problém s vytvořením zápisu, který komentovali již učitelé na 1. stupni (Vondrová & Žalská, 2013).

Dále učitelé nevidí formulaci úloh jako šťastnou a uvědomují si nudnost a pseudo-reálnost toho, jak na žáky působí. V tomto ohledu zvláště zmiňují úlohy *na společnou práci: „Ten předpoklad, že jdeme stejnou rychlostí, pracujeme stále stejně, je ze života nepřirozený a někdy to děti strašně těžko přijímají, tuhle formulaci úloh. (...) Ale to když jdu 100 kilometrů stále stejným krokem, stále stejným tempem. To asi nepřijmou tolik"* (Vondrová & Žalská, 2013, s. 97). Toto by pro nás dle mého názoru vlastně mělo být pozitivní zprávou, neboť děti více žijí ve skutečném, než v „pseudomatematickém“ světě, ve kterém dominuje exaktnost nad realitou, a jsou naopak schopny skutečnost stále reflektovat.

Jiné žákovské problémy se shodují s těmi prvostupňovými, navazují na ně, a to je přílišné soustředění na signální slova, které nyní ústí v neschopnost řešit úlohy, které nespadají do žádného známého typu úlohy, na které nelze nasadit šablona. To značně souvisí s tendencí některých učitelů vzorové úlohy dětem tímto způsobem předkládat a trénovat u nich tzv. procedurální zběhlost. Tento způsob výuky velmi kritizoval Bruner (1965) ve své stati, jež jsem citovala výše. Do tohoto didaktického modelu patří i apel na tvorbu zápisů řešení slovních úloh, které jsem zmiňovala výše a rovněž ho hojně debatovala s paní učitelkou dětí z mého výzkumu.

Co se v této části výzkumu (Vondrová & Žalská, 2013) objevuje jako nové je kontext rodiny a širší společnosti ve smyslu nedostatku představ o realitě, který souvisí s konceptuálním porozuměním – *„Chybí taková ta realita, aby měli představu, kolik ta tuna vlastně je. Kdyby jim to vyšlo, tak si musí říct, že to je asi hloupost. (...) Jak jsou dnes ty děti chráněny dospělými, rodiči, od takového běžného všedního života, jak většinu času tráví bohužel doma, někde možná sedí a koukají na něco, tak chybí spojení se životem. Málokterý kluk jde dneska s tátou pomáhat“* (Vondrová & Žalská, 2013, s. 98), a rovněž role matematických slovních úloh potažmo celé matematiky, jako takového strašáka. To se zjevně učitelům nabourávat nedaří a matematika v této pozici zůstává, neboť stále méně maturantů si ji volí jako maturitní předmět a dává přednost cizímu jazyku (Gastová, 2019).

5. Zahraniční výzkumy matematických slovních úloh

5.1 Španělsko: Výzkum Santiaga Vicenteho a Evy Manchado

Dle Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj (OECD), kam od 21. prosince 1995 patří i Česká republika, a jež je pro tuto práci důležitá zejména pro mezinárodní srovnávací zkoušky, kterých se její členské země účastní, jak jsem již zmínila v úvodu práce, je řešení matematických slovních úloh jedna ze zásadních součástí matematické kompetence (Vicente & Manchado, 2016). V následujícím úseku teoretické části představím některé významné studie, jež se formulováním slovních úloh zabývají.

Výzkum Santiaga Vicenteho a Evy Manchado uskutečněný roku 2015 na univerzitě v Salamance se zabývá schopností žáků řešit různé typy slovních úloh z hlediska jejich formulace. Důvodem jeho vzniku byly špatné výsledky španělských dětí v matematice v rámci mezinárodních srovnávacích zkoušek PISA. Dle společnosti PISA *„spočívá důležitost matematiky ve schopnosti pochopit, jakou roli hraje ve světě, v umění využívat odůvodněné argumentace a poradit si s pomocí matematiky v běžných denních situacích, které jsou na nás kladeny“* (Vicente & Manchado, 2016, s. 350)[2]. Na základě tohoto východiska a předchozích výzkumů Palma (2008), Verschaffela, Greera a De Corteho (2000), Reussera (1988) a dalších, se jeho tvůrci pokusili nalézt vhodnou metodu formulování matematických slovních úloh tak, aby byly pro žáky srozumitelnější. Teze, kterou chtěli ověřit, tedy, že přeformulování matematických problémů ve více matematicky či situačně srozumitelnější formu pomůže žákům převážně v náročnějších matematických úlohách, kde obvykle více selhávali, se ukázala dříve jako účinná například ve výzkumu Orantii, Tarína a Vicenteho (2011).

Ve výzkumu Vicenteho a Manchado (2016) se jednalo o kvalitativní studii se vzorkem 156 žáků ze 4., 5. a 6. tříd. Ve studii figurovaly celkem čtyři nezávislé proměnné, přičemž za nejstěžejnější z nich by se dala považovat formulace úlohy. V rámci ní se úlohy dělily na standartní problémy, tedy takové, které známe z běžných matematických učebnic, dále autentické úlohy, tj. zahrnující aspekty situací, které se

---

[2] Jedná se o můj překlad z angličtiny.

žáků mohou týkat, mohou být personalizované, obsahovat známý kontext (koncept původně navržen Palmem (2008), a nakonec úlohy obsahující irelevantní informace. Další proměnnou byla matematická náročnost, která obsahovala úlohy těžké a lehké, jednalo se tedy o tzv. binární proměnnou. Další proměnná zkoumala matematické schopnosti dětí, které se měřily BADyG testem. Ten má vlastně podobu inteligenčního testu, sestává z několika intelektových dimenzí. Pro tento výzkum však byla podstatná jen jeho část matematická, kterou tvořil test kvantitativně-numerických úsudků (Nunez-del-Rio & Isabel Pascal Gomez, 2011). Poslední nezávislá proměnná byla úroveň porozumění čtenému textu zjišťovaná pomocí PROLEC-R testu. Tento test zkoumající čtenářskou gramotnost je strukturován v tomto sledu: 1. identifikace písmen, 2. lexikální zpracování, 3. syntaktické zpracování (gramatické struktury, interpunkce), 4. sémantické zpracování (porozumění větám, porozumění textu, poslech). (Paula, 2015)

Autoři studie si kladli otázku, co dělá matematické úlohy tak náročné a bádali v předchozích výzkumech po možné odpovědi. Je důležité si nejprve stanovit definici matematického problému, kterou autoři převzali od Lievena Verschaffela: *„Matematické slovní úlohy jsou verbální popisy (mluvené nebo psané) problematických situací, ze kterých se vynořuje jedna či více otázek, jejichž odpověď může být získána přiřazením matematické operace k numerické informaci sdělené v zadání“* (Verschaffel et al. In Vicente & Manchado, 2016, s. 350, 351)[3]. Verschaffel dále navrhuje ideální postup řešení takové úlohy následovně: *„Nejprve je zapotřebí porozumět popsané situaci, a to jak aktérům v ní zahrnutých, jejich činům a záměrům, za použití informací uvedených v textu, a zároveň předchozích znalostí reálného života. Je rovněž potřeba rozumět skryté matematické struktuře vztahující se k této situaci (vytvořit vztahy mezi operandy v úlohách na základě předchozích matematických znalostí). Poté by měl řešitel odvodit a vykonat vhodnou matematickou operaci a nakonec interpretovat výsledek se zasazením do situace, jak jí původně rozuměl.“* (Verschaffel et al. In Vicente & Manchado, 2016, s. 351)

Verschaffel dále na základě situační náročnosti rozděluje matematické slovní úlohy na standartní, které lze vyřešit aplikováním matematické operace jasně vyplývající ze zadání, a nestandartní, u kterých je zapotřebí brát v úvahu vlastní znalosti

[3] Můj překlad, přičemž dále všechny přímé citace z anglických článků budou mými volnými překlady.

skutečného života. Tyto nestandartní úlohy dále dělí na následující: 1. nevyřešitelné z důvodu nedostatku informací, 2. Více řešení, 3. Řešení zahrnuto v problému, 4. Přídatná numerická informace, 5. Neproporční[4], 6. Úlohy obsahující dělení se zbytkem, 7. Problémy, ve kterých žáci musí zohlednit aspekty, jež nejsou výslovně uvedeny v zadání.

Při zkoumání předešlých výzkumů pokoušejících se přeformulovat matematické slovní úlohy ve více blízké žákům narazili Vicente a Manchado (2016) především na úspěšné studie, jako například Gómez-Ferragud, Solas-Portolés a Sanjosé (2013), kde nahrazením příliš abstraktních matematických pojmů více konkrétními, bylo dosaženo zpřístupnění situace jejím řešitelům. Objevily se však studie, které zaznamenaly protichůdné výsledky, jako Bates & Wiest (2004), kde přidaná informace se ukázala jako nevhodná k řešenému úkolu. Jako velmi úspěšná se ukázala studie Torulfa Palma z roku 2008, která převzala nestandartní problémy použité Verschaffelem a vytvořila z nich autentické problémy, které zohledňovaly všední život dětí.

Tato studie Vicenteho & Manchado (2016) se na Torulfa Palma (2008) snažila navázat a chtěli ověřit, zda formulace zadání úlohy jako autentického problému, tedy s kontextem toho, s čím mají děti přímou zkušenost, podpoří řešení standartních, ale náročných matematických problémů. Dále autory zajímala souvislost matematických schopností dětí a jejich výsledky v řešení autentických problémů, stejně jako souvislost čtenářské gramotnosti, jak už vyplývá z proměnných v tomto výzkumu, které jsem uvedla výše.

Z výsledků vychází, že napříč ročníky nebyly u řešení jednoduchých úkolů velké rozdíly, které však nastávaly u složitých matematických úloh, kde u autentických úloh byly děti úspěšnější ve všech ročnících, přičemž v 5. a 6. ročnících znatelně nejvíce. U náročných úkolů spadajících do kategorie PISI (obsahující irelevantní informace) měly děti ve 4. a 5. ročnících velké problémy, zatímco v 6. ročníku byla jejich úspěšnost srovnatelná s autentickými. Dodávám, že šlo o španělský výzkum, přičemž ve Španělsku děti chodí do školy v 6 letech stejně jako v České republice (Beničáková,

[4] Význam neproporčních problémů u Verschaffela (2000) kopíruje význam úloh o společné práci zmíněné již v kapitole o kritických místech matematiky u dětí 2. stupně (Vondrová & Žalská, 2013)

2018), tudíž věk v těchto ročnících odpovídal České republice. Je zapotřebí říci, že celková úspěšnost těžkých matematických problémů byla stále mnohem nižší, než jakákoli formulace jednoduchých úkolů. Co se týče výsledků na základě matematických schopností dle testu BADyG, výrazně lepšího řešení autentických problémů dosahovali žáci s lepšími matematickými schopnostmi a u studentů s nízkými matematickými znalostmi téměř nebyl znatelný rozdíl. V případě čtenářské dovednosti testované PROLEC-R testem, opět u žáků s nízkým porozuměním nebyly zaznamenány žádné výrazné rozdíly napříč kategoriemi úloh, zatímco žáci s vysokou čtenářskou gramotností byli významně úspěšnější v řešení autentických problémů, zvláště u těch matematicky náročnějších.

Za závěr výzkumu můžeme považovat, že verze slovních úloh, které jsou více spjaty s kontextem skutečného života dětí, jsou řešeny úspěšněji, ale za předpokladu, že jsou děti schopny porozumět přidané informaci a mají matematické dovednosti nutné k vyřešení.

5.2 Další výzkumy reflektující žáky 1. stupně ZŠ

Jirotková a Kloboučková (2013) ve své kapitole o problematických místech matematiky u prvostupňových dětí představily některé významné a poměrně úspěšné zahraniční výzkumy testující rozdílné podání slovních úloh, než je běžné. Ty většinou pracovaly s žáky, kteří mívají s matematikou problém, což je rozdíl oproti mému výzkumu, kde šlo o děti náhodně vybrané z dané třídy. Rovněž využití kontextu nebylo předmětem výzkumů, ale důležitý aspekt využitý v experimentálních skupinách, bylo vedení k přemýšlení nahlas a napříč několika výzkumy soustředění na oproštění se od klíčových (signálních slov) a namísto toho snaha o vyřešení úlohu způsobem s větším pochopením (Gersten et al., 2008 In Jirotková & Kloboučková, 2013).

Další citovaný výzkum (Walker, D. W. & Poteet, J. A., 1989-1990 In Gersten et al., 2008 In Jirotková & Kloboučková, 2013) porovnával výsledky žáků majících problémy s matematikou, kteří byly buď podrobeny výuce a tréninku klíčových slov a následných postupů jejich matematizace, nebo prošly výukou s vedením k vytvoření vizuálních schémat, dle kterých slovní úlohy řešily. Autoři na základě výsledků žáků hodnotili druhou uvedenou techniku jako hodnou rozvíjení.

5.3 Výzkumy s žáky 2. stupně ZŠ

Metaanalýzu od Gerstena a kolektivu (2008) citovaná již Jirotkovou a Kloboučkovou (2013) uvádějí i autorky Vondrová a Žalská (2013) v kontextu slovních úloh pro druhostupňové žáky. V tomto výzkumu (2008) pracovali opět s žáky v matematice problémovými pomocí tzv. explicitní výuky, která spočívala ve zvyšování obeznámenosti s různými typy úloh a jejich následné procvičování, přičemž, a to je důležité pro můj výzkum, byli žáci vedeni k uvažování nahlas a dostávalo se jim zpětné vazby. Tato forma výuky se ukázala poměrně úspěšná, avšak nepracovala na důležitém aspektu, a to konceptuálním porozumění úlohy. Ostatně i jiné výzkumy (Klayuga et al., 2001 In Geary et al., 2018 In Vondrová & Žalská, 2013) tento poznatek dokládají tím, že tato procedurální zběhlost ve vzorových příkladech je vhodná možná zpočátku, ale v pozdějších stadiích řešení by měla ustoupit vlastním žákovským zkoumáním.

Pro můj výzkum podstatná zjištění přicházejí ve výzkumu (Hembree, 1990), který dokládá vysokou efektivitu obeznámenosti s určitými typy úloh, což není překvapivé, a vychází z tradičního apelu na procedurální zběhlost a zvyklostí na vyhledávání signálních slov. Ovšem ještě vyšší úspěšnost byla zaznamenána při používání obrázků a různých vizuálních pomůcek. Naopak menší efektivita byla prokázána u použití kontextu týkajícího se oblasti zájmů dětí.

Vliv kontextu v tzv. autentických slovních úlohách byl zkoumán Palmem (2008), jehož výzkum jsem citovala již výše v rámci kapitoly o výzkumu Vicenteho a Manchado (2016), jež na Palma (2008) navazoval a rovněž využíval autentických slovních úloh. Jedná se o úlohy, ve kterých jsou stanoveny konkrétní situace, které by se pravděpodobně mohly objevit v životě žáků. Výsledek byl pro ověřovanou tezi pozitivní, tedy u žáků řešících autentické úlohy došlo ke zvýšení četnosti zohledňování zkušeností svého života. Žáci, kteří tak neučinili, uváděli důvody jako nutnost soustředit se jen na deklarované aspekty situace nebo rozdílnost světa školy a matematiky od toho skutečného (Palm, 2008, In Vondrová & Žalská, 2013).

6. Metodologická část

Empirická část mé bakalářské práce představuje kvalitativní výzkum s žáky 3. třídy základní školy, se kterými jsem vedla rozhovory nad specifickými typy matematických slovních úloh, v nichž jsem testovala vliv kontextu. Jakou roli kontext hraje, bych na svém výzkumném vzorku chtěla ověřit, neboť o tom, zda spíše pomáhá či děti zatěžuje a mate, respektive v kterých typech kontextu probíhá facilitace či inhibice výkonu, totiž nepanuje v rámci tuzemských ani zahraničních výzkumů shoda.

6.1 Cíl výzkumu a výzkumné otázky

Hlavním cílem výzkumu je zjistit, zda kontext, do kterého jsou slovní úlohy zasazeny, pomáhá dětem v jejich řešení, přičemž v mém výzkumu šlo o porovnání v rámci dvojic úloh. Z hlediska kontextu jsem také zkoumala, zda děti zohledňují aspekty skutečného života v řešení úloh. Dále jsem chtěla prozkoumat, jaké konkrétní strategie děti používají při řešením matematických slovních úloh, a zda se tyto strategie mění v závislosti na kontextu slovní úlohy. Dále jsem zjišťovala, jakých chyb se děti častěji dopouštějí a na jaké překážky v jejich řešení narážejí. Významnou součástí výzkumu bylo též sledování, jak jsou děti schopny reagovat na mou pomoc při společném řešení úloh a zda u nich dojde k pochopení principů těchto úloh, když je jim nabídnuta návodná otázka či paralelní výklad, což by se mělo ukázat při dalším setkání nad úlohami. Výsledky svého výzkumu popíšu v následujících kapitolách a poté je budu srovnávat s předešlými výzkumy na toto téma.

Mým velkým motivem k bakalářské práci je svými zjištěními a svým malým souborem rozšířit výsledky výzkumů psychodidaktiky matematiky a přispět tak drobným dílem k inovaci školních vyučovacích postupů tak, aby matematika byla pro větší část dětí zajímavým a oblíbeným předmětem.

Výzkumné otázky, na které jsem se snažila ve svém výzkumu hledat odpovědi, jsou:

1. Plní kontext v zadání úlohy roli pomůcky, nebo spíše překážky? Případně, které typy kontextu působí facilitačně a které inhibičně?
2. Zohledňují děti aspekty reálného života, se kterými se měly možnost setkat, ale který není v zadání přesně stanoven?
3. Jaké strategie děti při řešení slovních úloh volí v závislosti na matematické (tj. početní operace) a situační (tj. kontext) struktuře úlohy?
4. Jaké chyby se napříč souborem dětí opakují, a lze najít nějaký společný faktor, který jim způsobuje v řešení problémy?
5. Probíhá během řešení úlohy s dopomocí učení (při opakovaném řešení stejné úlohy už by dítě vědělo, jak postupovat) a transfer (schopnost převést osvojené postupy řešení na podobné úlohy)?

6.2 Výzkumný soubor

Můj výzkumný soubor je tvořen šesti dětmi 3. třídy, a to dvěma chlapci a čtyřmi dívkami, kteří patří mezi spolužáky mé mladší sestry. Nejprve jsem zkontaktovala jejich rodiče a získala od nich souhlas. Škola, do které chodí děti, se nachází na předměstí Prahy obklopena přírodou a navštěvují ji převážně děti ze zástavby rodinných domů, menší část také ze sídliště, ovšem žádné z dětí v mém výzkumu na něm nežije. Škola je středně velká, vzhledem k současnému populačnímu boomu jsou na prvním stupni v každém ročníku čtyři až pět tříd a na druhém stupni vždy tři třídy. Na této škole existují třídy následující tradiční model výuky a souběžně zde funguje i program „Začít spolu“, kde děti více pracují po skupinkách, mají jen slovní hodnocení a funguje zde i asistent pedagoga. Děti z mého výzkumu chodí do běžné třídy. Tabulka níže charakterizuje děti zapojené do mého výzkumu. Jejich jména jsou změněna.

Jméno dítěte	**Věk**	**Známka z mat.**	**Popis dítěte dle paní učitelky**
František	9 let	1	chytrý, ale někdy „zmatkář“
Helenka	9 let	1	logicky uvažující, dobrá čtenářka, rychle se však začíná nudit a snese jen omezené množství příkladů najednou

Pavlína	9 let	1	bezproblémová
Daniela	9 let	1	velmi chytrá na všechny předměty, reprezentuje často školu na recitačních soutěžích
Adina	9 let	2	snaživá, ale spíše slabší jak v matematice, tak ve čtenářských dovednostech, pomalá v matematických operacích
David	10 let	1	dochází vždy k správnému řešení úloh, ale není schopen objasnit, jak k němu došel, má problém se zápisy slovních úloh

6.3 Sběr a analýza dat

Soubor 10 úloh, se kterými jsem pracovala, se skládal z 5 dvojic úloh, ve kterých byl vždy znatelný rozdíl v užití a podání kontextu. Soubor jsem rozdělila na dvě části tak, že každý obsahoval jednu z dvojice úloh.

Sběr hlavních dat, který jsem prováděla formou rozhovoru, jsem uskutečňovala v domácím prostředí dětí, se kterými jsem dělala rozhovor. Šlo vždy o dvě setkání s každým jednotlivým dítětem v délce zhruba půl hodiny, podle toho, jak rychle a dobře děti v řešení postupovaly. Odstup mezi setkáními byl většinou jeden týden, někdy dva týdny, podle toho, jak to vyhovovalo rodičům, kterým jsem se chtěla přizpůsobit. V mém případě, na rozdíl od výzkumu Vicenteho a Manchado (2016), kteří chtěli delším intervalem zabránit zapamatování řešení úloh z minula, toto nebyl hlavní účel. Kromě odlišení úloh například s atraktivním kontextem a bez něj, jsem cílila naopak na zapamatování některých principů a otevření nových sfér přemýšlení. Vítala jsem tedy, když si děti nějakou úlohu matně pamatovaly, rozjásaly se, když ji viděly a byly s to její princip převést na úlohu podobnou.

Skladbu úloh jsem vybírala tak, aby se v rámci dvou setkání doplňovaly, tedy aby některé úlohy na prvním setkání obsahovaly například atraktivní kontext a jiné ne, a při druhém setkání jsem dětem distribuovala jejich druhé verze. Aby se nestalo, že nějaké dítě například nebylo ideálně naladěné v době jednoho setkání, a tak jeho schopnost řešit „zajímavé“ či „náročné“ úlohy nemohla být zpozorována a zohledněna v interpretaci. Za ideální metodu tedy považuji skombinovat úlohy na základě aspektů, jejichž význam bych chtěla odkrýt.

Ve způsobu vedení rozhovoru, jeho struktuře a vlastně celkovém významu rozhovoru jsem se inspirovala Lvem Vygotským, jeho teorií zóny nejbližšího vývoje a dynamického hodnotícího prostředí. (Sternberg, 2009) *„Když dítě odpoví špatně v dynamickém hodnotícím prostředí, dá mu experimentátor odstupňovaný sled návodných rad, aby mu usnadnil řešení daného problému. Jinými slovy, experimentátor slouží současně jako zkoušející i učitel.“* (Sternberg, 2009, s. 483) Tímto návodem jsem se řídila a v rámci rozhovorů intuitivně zkoušela dětem pokládat vhodné otázky a pomáhat jim, pokud si nevěděly rady. Ve chvíli, když nebyly s to ani s mou pomocí na postupy přijít, řešení jsem jim řekla a při dalším setkání pozorovala, zda došlo k porozumění a zapamatování postupu a především důvodu jeho použití v úloze. Hlavním cílem tedy nebyly jen správné odpovědi, ale schopnost přemýšlet nad volbou matematické operace a rovněž schopnost učit se novým myšlenkovým pochodům.

Pozorovala jsem, jak děti úlohy řeší, a jak jsou citliví vůči mým návodným otázkám, a rovněž to, jak se jim úlohy líbí, na což jsem se jich i v závěru rozhovoru vždy ptala. Mé otázky směřovaly rovněž k tomu, zda kontext vyskytující se v zadáních znají.

Další zdroj mých dat pochází z rozhovoru s třídní učitelkou dětí z mého výzkumu, který jsem si s ní sjednala po provedení všech rozhovorů s dětmi. Paní učitelka mi popsala svůj náhled na úlohy použité ve výzkumu a rovněž mi řekla známku z matematiky a charakteristiku všech dětí z mého výzkumu.

Úlohy, které jsem děti nechala řešit, pocházejí z výzkumu *Slovní úlohy jako klíč k aplikaci a porozumění matematickým pojmům* (GA16-06134S) financovaného Grantovou agenturou České republiky, který realizoval tým z katedry psychologie a katedry matematiky a didaktiky matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Karlovy. Zde představím použité úlohy, jež jsem podrobovala tematické analýze, která bude obsahem následující kapitoly.

První setkání:

1. úloha	
Celé znění	Maminka přinesla domů 18 jablek. Spravedlivě je rozdělila mezi 5 členů rodiny. Kolik jablek každý z nich dostal a kolik jich mamince zůstalo?
Pracovní název	Jablka
Vyžaduje operace	dělení se zbytkem
Komentář paní učitelky	děti dělení se zbytkem ještě nebrali; kontext vhodný při menší děti
2. úloha	
Celé znění	Podél cesty bylo vysázeno 9 stromků. Vzdálenost mezi dvěma sousedními stromky je 6 m. Jaká je vzdálenost mezi prvním a posledním stromkem?
Pracovní název	Stromky
Vyžaduje operace	násobení, uvědomění reálného kontextu
Komentář paní učitelky	velmi náročná, nevyskytuje se v učebnicích, vyřeší jen logicky myslící děti
3. úloha	
Celé znění	U Berouna se koná letní tábor, který je zaměřený na sportovní aktivity a na angličtinu. Letos se na tábor přihlásilo 36 dětí. Tábor je v krásném prostředí u řeky a děti bydlí v hezkém hotelu s mnoha pokoji. Na každém pokoji je vždy několik

	postelí. V hotelu je třeba objednat 4krát méně pokojů, než kolik se přihlásilo dětí. Kolik pokojů se musí pro tábor objednat?
Pracovní název	Berounská dlouhá
Vyžaduje operace	dělení
Komentář paní učitelky	pro děti může být nepřehledná, nejsou zvyklí číst tak dlouhá zadání
4. úloha	
Celé znění	Čtyři ponožky sežere vyhládlý lichožrout za 28 minut. Za jak dlouho sežere jednu ponožku? Kolik času by potřeboval na tři ponožky?
Pracovní název	Lichožrouti
Vyžaduje operace	dělení
Komentář paní učitelky	nejnáročnější ze souboru (zdá se, že s časovou představivostí děti zatím nepracovaly)
5. úloha	
Celé znění	Slepice Kvoka a Kvika dnes dohromady snesly tři vajíčka. Kolik snesla Kvoka a kolik Kvika?
Pracovní název	Slepice
Vyžaduje operace	zohlednění reálných aspektů
Komentář paní učitelky	velmi atraktivní kontext

Druhé setkání:

1. úloha	
Celé znění	Vítek hrál Minecraft a právě získal 18 diamantů. Chtěl si koupit diamantové helmy po 5 diamantech. Kolik

	diamantových helem si mohl koupit a kolik diamantů mu zbylo?
Pracovní název	Minecraft
Vyžaduje operace	dělení se zbytkem nebo odčítání
Komentář paní učitelky	dělení se zbytkem se děti ještě neučily; zde kontext více adekvátní na základě věku dětí
2. úloha	
Celé znění	Podél cesty bylo vysázeno 9 stromků. Vzdálenost mezi dvěma sousedními stromky je 6 m. Jaká je vzdálenost mezi prvním a posledním stromkem? + zde máme obrázek (v textu je vložen v části analýzy úloh)
Pracovní název	Stromky s obrázkem
Vyžaduje operace	násobení, zohlednění reálného kontextu
Komentář paní učitelky	náročná; tento obrázek vůbec nemůže pomoci, je nenázorný
3. úloha	
Celé znění	Na letní tábor se zaměřením na sportovní aktivity a angličtinu se přihlásilo 36 dětí. Pokojů je třeba objednat 4krát méně, než je přihlášeno dětí. Kolik je třeba objednat pokojů?
Pracovní název	Berounská krátká
Vyžaduje operace	dělení
Komentář paní učitelky	pro děti snazší, než její druhá varianta
4. úloha	
Celé znění	Čtyři ponožky uplete paní Horká za 28 minut. Za jak dlouho uplete jednu ponožku? Kolik času by potřebovala na tři

	ponožky?
Pracovní název	Paní Horká
Vyžaduje operace	dělení
Komentář paní učitelky	stejně náročná jako její druhá varianta, tedy opět nejnáročnější ze souboru druhého setkání
5. úloha	
Celé znění	Jeníček s Mařenkou snědli dohromady tři perníčky. Kolik snědl Jeníček a kolik Mařenka?
Pracovní název	Jeníček a Mařenka
Vyžaduje operace	dělení, zohlednění reálných aspektů
Komentář paní učitelky	atraktivní kontext

Příští kapitola se, jak jsem již uvedla, bude zabývat tematickou analýzou výše představených úloh, kterou rozšířím o jejich srovnání s kategoriemi úloh použitých ve výzkumu Vicente a Manchado (2016) a Verschaffel (2000).

Dále provedu analýzu rozhovorů s dětmi a jejich výsledků, kde zohledním jak jimi užívané strategie řešení tak jejich preference co se týče úloh a kontextu. Následně analýze podrobím výsledky napříč žáky, kde se pokusím interpretovat jimi často užívané strategie, společné chyby a taktéž rozdíly mezi dětmi i z hlediska jejich emočního naladění vůči úlohám. Navzájem srovnám i úlohy mezi sebou: které byly více úspěšně řešeny a co může být důvodem, a taktéž které vyvolávaly pozitivnější či naopak negativnější reakce u dětí. Na závěr mé výsledky srovnám s dosavadními poznatky v této oblasti v odborné literatuře.

7. Použité úlohy a možné postupy jejich řešení

V následující kapitole rozeberu prototypická řešení použitých úloh, podle kterých jsem s dětmi postupovala. Jak jsem již popsala v metodologické části, děti byly instruovány řešit zadané úlohy a své myšlenkové postupy se mnou sdílet. Pokud nevěděly či odpověděly nesprávně, začala jsem je návodnými otázkami vést k pochopení úlohy a správnému vyřešení. Nyní se pokusím úlohy dle jejich formulací rozřadit způsobem, který používali Santiago Vicente a Eva Manchado v jejich výzkumu (2016). Jejich dělení úloh zahrnuje standartní problémy (podobné úlohám z běžných matematických učebnic), autentické problémy a úlohy obsahující irelevantní informace). Využiji rovněž Verschaffelovo (2000) dělení matematických problémů na standartní a nestandartní. Můj rozbor doplním o komentáře třídní učitelky dětí z mého výzkumu, která se vyjadřovala k jejich adekvátnosti, tedy k náročnosti z hlediska toho, jaké úlohy ve škole běžně děti řeší. Nastíním zde také odhad aspektů úloh, které by dětem mohly činit problémy.

Nejprve zde rozeberu set prvních pěti úloh, které jsem dětem předkládala při našem prvním setkání.

1. úloha

Maminka přinesla domů 18 jablek. Spravedlivě je rozdělila mezi 5 členů rodiny. Kolik jablek každý z nich dostal a kolik jich mamince zůstalo?

Při řešení úlohy je nejprve třeba vyhodnotit, že se jedná o dělení, neboť jablka máme rozdělovat mezi členy rodiny, a „rozdělovat“ zde plní roli signálního slova. Musíme si uvědomit, že 18 ale není dělitelné pěti. Vzhledem k tomu, že ze zadání je jasné, že mamince něco zbyde, usoudíme, že se jedná o dělení se zbytkem a přemýšlíme, jaké nižší číslo, než 18, je dělitelné pěti. Víme, že je to číslo 15, a pěti jej tedy vydělíme. Docházíme k závěru, že každý člen rodiny dostane 3 jablka a 3 mamince ještě zůstanou, protože od 15 do 18 chybí 3. Dá se rovněž využít kresby 18 jablek a 5 osob, ke kterým postupně čarou přidělujeme spravedlivě jablka, až zbydou 3. Tato metoda mě bohužel nenapadla předtím, než jsem s dětmi prováděla rozhovory, a tudíž jsem využívala první postup.

Paní učitelka mi u této úlohy zdůraznila, že dělení se zbytkem děti ještě nebraly. Tento fakt jsem naštěstí věděla již před rozhovory s dětmi, a tudíž vzala v potaz. V případě této úlohy bylo tedy někdy zapotřebí většího úsilí při vysvětlování problému. Co se týče kontextu, paní učitelka by v úlohách pro třetí třídu již očekávala spíše více na tuto věkovou kategorii zacílený kontext. Mohl by tedy odrážet například postavy z oblíbených dětských pořadů nebo zohledňující některé aktivity, které děti ve volném čase dělají, sport, aj. Tematika jablíček je dle ní nejvhodnější pro první a druhou třídu.

Tuto úlohu bych dle dělení Vicenteho a Manchado (2016) interpretovala jako standartní problém, protože zde nemusíme brát v úvahu žádná kontextuální specifika. Se znalostí informací obsažených v zadání je možné vyvodit ihned operaci, která povede k vyřešení úlohy. Vyskytuje se zde totiž klíčové slovo „rozdělit“, které by mělo evokovat dělení. Nesmíme však zapomínat, že děti, se kterými jsem pracovala, tuto matematickou operaci dosud neovládaly a mohla být pro ně úloha tedy přesto poměrně náročná. Tato konkrétní oblast je zahrnuta v rámci Verschaffelova (2000) dělení nestandartních problémů pod bodem 6, kde se musí počítat se zbytkem, nevychází nám celé číslo, jako ve standartních problémech.

2. úloha

Podél cesty bylo vysázeno 9 stromků. Vzdálenost mezi dvěma sousedními stromky je 6 m. Jaká je vzdálenost mezi prvním a posledním stromkem?

Tato úloha je rozhodně méně standartní, neboť je nutné uvědomit si určité limity ze skutečného života, situaci si reálně představit, nebo provést nákres. V rámci Verschaffelovy (2000) klasifikace bych ji hodnotila jako nestandartní úlohu typu 7, kdy se jedná o problém, ve kterém řešitel musí zohlednit aspekty, které nejsou přímo zmíněny v zadání. Hledíc nyní na úlohy z perspektivy Vicenteho a Manchado (2016), nazvala bych tuto úlohu autentickým problémem, protože její zadání odráží skutečný svět. Všechna data jsou sice stanovená, ale dítě musí provést další vyšší myšlenkové operace. Nevyskytuje se zde žádné klíčové slovo, které by děti navádělo k násobení. Pokud však děti násobení napadlo, stále bylo zapotřebí provést představu v hlavě či kresbu, aby došly k vědomí, že poslední mezera se do výpočtu zohledňovat nebude.

Paní učitelku úloha velmi zaujala, ale shledává ji jako dost obtížnou. Říká, že tento typ úloh se v našich učebnicích vůbec nevyskytuje, ale je to podle ní škoda, protože se jedná o velmi originální úlohu. Dítě, které jí vyřeší, musí skutečně disponovat logickým myšlením.

Abychom zjistili vzdálenost mezi prvním a posledním stromem, budeme mezery buďto sčítat nebo násobit. Musíme ovšem dojít k uvědomění, že mezer budeme sčítat pouze osm, či šest metrů násobit osmi, protože devátý úsek o šesti metrech, který by byl nasnadě, se nachází už za posledním stromem a je tudíž mimo naši hledanou oblast. Může pomoci nakreslit si schéma s devíti čárkami symbolizujícími devět stromů. V tu chvíli by mělo být jasně viditelné, o kolik mezer se jedná.

3. úloha

U Berouna se koná letní tábor, který je zaměřený na sportovní aktivity a na angličtinu. Letos se na tábor přihlásilo 36 dětí. Tábor je v krásném prostředí u řeky a děti bydlí v hezkém hotelu s mnoha pokoji. Na každém pokoji je vždy několik postelí. V hotelu je třeba objednat 4krát méně pokojů, než kolik se přihlásilo dětí. Kolik pokojů se musí pro tábor objednat?

Tato úloha je z první série úloh pravděpodobně nejpodobnější úlohám, které děti běžně řeší ve škole. V matematických pojmech máme totiž přesně zadáno, co máme počítat (je zde přímý signál pro určení matematické operace). Vedle pro nás důležitých údajů je ale úloha obohacena o širší kontext, ze kterého je třeba si vybrat to, co se po nás chce vyřešit. Hrozí zde tudíž zmatení pod vlivem velkého množství informací, na druhou stranu ale některým dětem může zadání naopak pomoci lépe si situaci představit.

Paní učitelka se však klonila spíše k variantě, že bude dětem činit problémy kvůli své délce, která je dle jejích zkušeností spíše odradí. Děti jsou podle ní zvyklé na krátká zadání s přesně stanovenými zřetelnými čísly, které mají děti připravené na dosazení do příkladů. Je také přesvědčena, že tato nevole dětí číst delší zadání souvisí s aktuálním úpadkem čtení ve volném čase. Dodává tedy, že ty děti, které i v dnešní době čas četbě věnují, by naopak mohly tento typ zadání kvitovat.

Při řešení si nejprve musíme uvědomit, kolik máme dětí, a že pokojů je třeba objednat čtyřikrát méně, což je jasný signál pro dělení čtyřmi, a vychází nám 9. Dle Verschaffelova (2000) duálního rozdělení bych problém klasifikovala jako standartní, protože zde není zapotřebí provádět žádné úvahy mimo zadání, všechny údaje známe. Když mám však interpretovat podle Vincenteho a Manchado (2016), je rozhodování těžší. Úloha totiž sice splňuje podmínku pro standartní problém, je zde ale navíc kontext velmi blízký životu dětí, což je faktor, pro nějž bych úlohu hodnotila jako autentický problém. Je zde přesný dlouhý popis prostředí, které je dětem blízké, přesný popis místa a aktivit. Tato úloha mi rovněž velmi připomíná příklad úlohy této kategorie vytvořený autory studie, kde se jednalo o plánování třídního výletu, pro jehož uskutečnění je potřeba si přivydělat prodejem čokoládových tyčinek, jenž organizuje třídní učitel (Manchado, 2016). Numerická operace však v jejich výzkumu byla řádově jednodušší.

4. úloha

Čtyři ponožky sežere vyhládlý lichožrout za 28 minut. Za jak dlouho sežere jednu ponožku? Kolik času by potřeboval na tři ponožky?

Tuto úlohu jsem zvolila jako zástupce atraktivního kontextu, který by v dětech měl vzbudit zájem a ideálně lepší pochopení situace a následně správnou matematizaci. Tento kontext, který a priori předkládám coby atraktivní však může představovat problém pro děti neznající lichožrouty, neboť v tu chvíli to pro ně může být slovo krajně podivné.

Jedná se o úlohu velmi náročnou, což potvrdila i paní učitelka, která ji ohodnotila dokonce jako nejtěžší z celého souboru úloh. S orientací v čase patrně děti pracovaly zatím jen velmi málo, zvláště pak s přímou úměrou v časovém prostoru. Přes tuto obtížnost zadání obsahuje všechny potřebné údaje k zjištění výsledku, pročež bych tuto úlohu nazvala standartním problémem jak dle terminologie Verschaffela (2000), tak Vicenteho a Manchado (2016). Je nutné se totiž držet přímé úměry a přísně matematicky proporčního dělení. Nezohledňujeme zde žádné vlivy skutečného života, jako například, že by každou ponožku jedl různě dlouho. Problém však může nastat kvůli absenci signálních slov. Aby děti byly schopny úlohu vyřešit, musí mít již více zautomatizované používání dělení a orientaci v časoprostoru.

Pro řešení víme, že 28 minut trvá lichožroutovi sežrat 4 ponožky. Pokud máme zjistit dobu na jednu ponožku, musíme si uvědomit, že je zapotřebí vypočítat, jak dlouhý je čtvrtinový čas celkové doby. Půjde tedy o dělení čtyřmi. Můžeme si také pro lepší představu vytvořit časovou osu, kde 28 minut rozdělíme na 4 části. Následné vydělíme 28 čtyřmi, vyjde nám 7 a přecházíme k další dílčí otázce. V ní musíme 7 vynásobit třemi nebo od 28 odečíst 7, tedy čas na 1 ponožku. Výsledek je 21 minut.

5. úloha

Slepice Kvoka a Kvika dnes dohromady snesly tři vajíčka. Kolik snesla Kvoka a kolik Kvika?

Tato úloha zjišťuje úroveň porozumění kontextu a jeho vlivu na správné vyřešení úlohy. Pracujeme zde s nedělitelnými entitami, což je zapotřebí si ihned uvědomit. Při pohledu na lichý počet vajíček musí být jasné, že slepice nemohly snést stejný počet vajec. Můžeme tedy pouze spekulovat, že Kvoka snesla dvě a Kvika jedno či naopak, nebo jedna ze slepic všechny tři vajíčka druhá žádné.

Z hlediska Verschaffela (2000) se jedná o nestandartní úlohu, přičemž konkrétně odpovídá druhému a sedmému typu, tedy je zde více možných řešení a je nutné zahrnout do řešení další aspekty nezmíněné v zadání. Tuto velmi netypickou úlohu, která ale velmi udělala dojem na paní učitelku pro atraktivitu jejího kontextu, nejsem ve vazbě na výzkum Vincenteho a Manchado (2016) schopna připodobnit k žádnému typu problému. Jistě blízko má k autentickému problému, neboť kontext je reálný, zajímavý, ale v dnešní době urbanizace, ve velké většině případů nepopisuje denní zkušenost dětí. Jsou zde stanoveni hlavní aktéři, ale numerické údaje jim neodpovídají, jedná se spíše o „chyták“, a tudíž se k autentickému problému nedokáži plně přiklonit. Problém s irelevantní situační informací (PISI) bych také vyloučila, protože v její charakteristice je kontext až příliš vzdálený zkušenosti dětí a účel řešení úloh je naprosto bezpředmětný, což v tomto případě není.

Při dalším setkání jsem dětem předložila druhou sérii pěti úloh, kdy každá přímo souvisí s úlohou prvního setkání stejného pořadí. Úlohy z první a druhé série měly shodnou matematickou strukturu, ale lišily se svým kontextem a způsobem jeho popisu.

1. úloha

Vítek hrál Minecraft a právě získal 18 diamantů. Chtěl si koupit diamantové helmy po 5 diamantech. Kolik diamantových helem si mohl koupit a kolik diamantů mu zbylo?

V této úloze máme stejná čísla jako v té první, a rovněž jsou zde počty se zbytkem. Co je, však rozdílné je, že zde se ke správnému výsledku můžeme dobrat pouhým odčítáním pěti od osmnácti, čímž zjistíme počet helem a rovněž nám přímo vyjde zbytek, tedy tři diamanty. Jednoduchým způsobem tedy docházíme k výsledku i ke zbytku, na rozdíl od související úlohy, kde bylo zapotřebí přemýšlet nad dělitelem pěti nižším, než 18.

Dalším rozdílem od první úlohy předešlého setu je kontext, který by pro dnešní děti mohl být velmi známý a atraktivní. Rovněž paní učitelka tuto verzi úlohy upřednostňuje, jelikož i ona zpozorovala zájem o tuto hru u dětí ve své třídě. Již výše jsem zmiňovala, že podle ní se jablíčka hodí spíše pro nižší ročníky a od třetí třídy by měl být kontext takto specifikován. Na druhou stranu není zcela jisté, že všechny děti budou tuto počítačovou hru znát, zatímco zadání první úlohy je zcela jasné. Přihlédneme-li však k tomu, že je to jejich druhé sezení, kdy už mají za sebou řešení těžší úlohy, mohli bychom předpokládat, že se jim bude dařit lépe.

2. úloha

Podél cesty bylo vysázeno 9 stromků. Vzdálenost mezi dvěma sousedními stromky je 6 m. Jaká je vzdálenost mezi prvním a posledním stromkem?

Tato úloha je formulovaná naprosto stejně jako její protějšek, pouze s tím rozdílem, že součástí zadání je i obrazová příloha, která má dětem pomoci k lepšímu představení si situace. Když jsem tuto úlohu konzultovala s paní učitelkou, komentovala obrázek jako absolutně nenázorný pro děti tohoto věku, dle jejích slov se stromy rozplývají do prostoru a není zřetelné, kolik jich je a jak dlouhé budou mezery mezi nimi. Aby dětem obrázek pomohl, musí být vizuálně atraktivní a musí být zcela zřejmé, co objekty na něm představují a jak se k sobě mají. Opět je nasnadě nakreslit jednoduché schéma s devíti čárami symbolizujícími stromy.

3. úloha

Na letní tábor se zaměřením na sportovní aktivity a angličtinu se přihlásilo 36 dětí. Pokojů je třeba objednat 4krát méně, než je přihlášeno dětí. Kolik je třeba objednat pokojů?

V této úloze se po nás chce spočítat to samé jako v jejím ekvivalentu z prvního setkání, je však výrazně kratší. Z původního zadání byly vypuštěny věty obsahující informace o lokalitě tábora, která mohla být dětem známá.[5] Rovněž všechny informace o prostorách tábora, které mohly děti uvést do představy té situace, byly vynechány. Kupříkladu paní učitelka, která odhadovala, že zhruba polovina dětí by delší variantu přeskočila, tuto verzi upřednostňuje. Domnívá se, že pro děti bude tato kratší verze jednodušší pro orientaci, neboť úlohy, se kterými přicházejí do styku, jsou takto kratší a ani ve volném čase většina dětí nemá ve zvyku příliš číst (viz výše).

4. úloha

Čtyři ponožky uplete paní Horká za 28 minut. Za jak dlouho uplete jednu ponožku? Kolik času by potřebovala na tři ponožky?

Situace popsaná v této úloze navozuje stejnou matematickou a ani čísla, se kterými pracujeme, tzv. operandy, nejsou rozdílná. Tato úloha se od svého protějšku však liší předpokládaným méně atraktivním kontextem. Jedná se však o kontext více dětem známý z tradičních učebnic, a pro některé děti tak může být více představitelný. Pletení ponožek je aktivita více obvyklá, než jejich „žraní“ a může být tím pádem pro

[5] Výzkum byl prováděn s dětmi z oblasti Poberouní

děti jednodušší tuto situaci zmatematizovat. Ve chvíli, kdy děti nepochopí za stávající situace, jak zadání zmatematizovat, a co se vlastně zjišťuje, opět se nabízí vytvoření číselné osy.

5. úloha

Jeníček s Mařenkou snědli dohromady tři perníčky. Kolik snědl Jeníček a kolik Mařenka?

V tomto případě opět zjišťujeme pochopení kontextu, a kterak se promítá do pochopení problému. Jedná se znovu o velmi nestandartní úlohu, kde již však figurují dělitelné entity, což znamená, že musíme dojít k uvědomění, že Jeníček s Mařenkou mohou každý sníst jeden perníček a zbylý si rozpůlit, čímž budou mít každý spravedlivý díl. Je ovšem možné, že jeden z nich sní dva a ten druhý jeden nebo jeden z nich všechny tři. Řešení existuje opět tedy více. Při porovnání obou úloh se mi jeví, že tato verze by mohla být pro děti srozumitelnější, protože akt dělení sladkostí by pro děti neměl být těžko představitelný. Domnívám se, že jde o běžnou součást dětského přemýšlení. Postavy v zadání úlohy by rovněž měly být dětem z českého prostředí notoricky známé, jelikož se jedná o významnou pohádku již po několik generací. Pro ověření pochopení logických aspektů popsané situace dětmi, je zapotřebí, aby správně dokázaly odlišit rozdíly mezi oběma variantami této úlohy.

8. Výsledky žáků

V této kapitole podrobně rozeberu, jak si jednotlivé děti v průběhu řešení úloh počínaly.

8.1 František

František je inteligentní logicky myslící žák, který mívá z matematiky na vysvědčení jedničku. Paní učitelka u něj upozorňuje pouze na jeho zbrklost, kvůli níž se často dopouští drobných chyb. Při našich rozhovorech se mi rovněž jevil jako velmi přemýšlivý, rychle uvažující a správně reagující na mé náměty k řešení. Již první setkání bylo poměrně úspěšné, protože sám ihned vyřešil správně dvě úlohy z pěti, a to úlohu třetí a pátou.

První úlohu, kde máme rozdělit jablíčka mezi pět členů rodiny, je zapotřebí řešit pomocí dělení se zbytkem, které se ještě ve škole neučili. Z toho důvodu se František s úlohou trochu potýkal. Jeho první nápad, jak postupovat, byl 18:5, což znamená, že matematickou operaci použil správnou - došlo mu, že je v tuto chvíli zapotřebí dělit. Zareagoval správně na klíčové slovo v zadání. To však není účelem mé snahy v tomto výzkumu. Když jsem se ho ptala, zda 18 je dělitelné pěti, uznal, že ne a přišel s nápadem 18-5, jímž zdá se přímo reagoval na mou poznámku, kterou spíše pochopil, že o dělení se nejedná, avšak stále tu pětku, kterou tam viděl, chtěl použít. Poté, co jsem jeho nápad s odčítáním zavrhla a znovu objasnila, že dělení používal správně, ale něco mamince zbyde, přišel s výsledkem 3, který mi vysvětloval intuitivním řešením, kdy od 18 odčítal 3, a tak dle jeho slov vyjde na všechny. Může zde jít o určitou vazbu 18 a 3, kterou má zafixovanou. Na druhou otázku, kolik mamince zbyde, odpověděl dále správně, že 3, protože když by vynásobil 3 a 5, došel by k 15 a do 18 by zbývaly 3. Dle mého názoru u této úlohy prokázal schopnost intuitivně dojít k použití matematické operace, která mu ještě systematicky nebyla vysvětlována a rovněž si její výsledky ověřit, i když s chvilkovým vykolejením, kdy pětku odčítal.

Druhou úlohu se stromky řešil vynásobením 9 a 6, což prokazuje jistou úroveň prostorové představivosti, že správně dovedl matematizovat. Problematické však pro něj zjevně je reálně si rozložení stromů představit, což není překvapivé vzhledem k úlohám, na které jsou tyto děti zvyklé a potvrzuje to též komentář paní učitelky k této úloze (viz výše). Samozřejmě jsem tedy jeho výsledek zamítla a vyzvala jsem ho, aby si nakreslil schéma, které jsem již zmiňovala dříve. Tato vizualizace mu evidentně velmi pomohla a po mém vybídnutí k spočtení vzdáleností mu to došlo a dosadil již do výpočtu ta správná čísla.

Třetí úlohu, o dětském táboře konajícím se v Berouně, vyřešil ihned správně - vhodně zvolil matematickou operaci a též ji numericky dobře dovedl do konce. Jeho úspěšnost v této úloze mohla být způsobena delším popisem v zadání, neboť v závěru prvního rozhovoru právě delší vysvětlující zadání ohodnotil jako nápomocné.

V úloze s lichožrouty, která byla paní učitelkou označena za nejnáročnější, se František několikrát zamotal. Z počátku neodhalil správnou matematickou operaci a pouze zkoušel různými nahodilými způsoby manipulovat s jedničkou (představující jednu ponožku). Následně jsem zkusila zdůraznit, co chceme spočítat slovy: *„Celých těch 28 minut žere čtyři ponožky, tak jak dlouho žere jednu ponožku?“* V tuto chvíli procitl a sdělil mi správné znění výpočtu. Evidentně není trénován v orientaci v čase a schopnosti s ním operovat, což potvrzuje slova paní učitelky. Když jsme přešli k druhé dílčí otázce, a to kolik času budou trvat tři ponožky, numericky chyboval, protože říká *„24“*. Došlo mu, že špatně vydělil původní čas, což následně napravil a odečtením sedmi od 28 získal 21 minut na tři ponožky. Tato úloha se mu líbila nejvíce, pro což můžeme najít hned několik vysvětlení. Za prvé lichožrouty znal, ukazoval mi dokonce knížku s nimi. Za druhé zde může působit efekt toho, že přes počáteční nesnáze pochopil princip, jenž mohl následně využít u druhé doplňující otázce a tím se v správné úvaze utvrdit. Jako vysvětlení dokonce uvedl, že je to dobře poskládané, že nejprve počítáme tu jednu ponožku, a z toho se dobře spočítají tři ponožky, ale obráceně by to nešlo. Vyvstává tedy otázka, zda větší roli zde hraje atraktivita kontextu či pocit úspěchu, nebo jedná-li se o kombinaci obojího.

U poslední úlohy se slepicemi si zase již po prvním přečtení uvědomil nereálnost dělení snesených vajíček a navrhl potenciální možnosti, jak by to mohlo být. *„Tak Kvoka snesla třeba jedno a Kvika dvě.“* Důležité je použití slova „třeba“, které ukazuje jeho uvědomění nahodilosti výsledku této úlohy, která vychází ze skutečného života. Františkovi se tato úloha také velmi líbila, protože to dle jeho slov můžeme rozdělit libovolně, je tu více možností. Dodala bych, že jistě byla atraktivní právě hravost této úlohy, kterou se odlišuje od obvyklých úloh ve škole, kde existuje jediné exaktní řešení. Zde se nemusel tomuto výsledku přizpůsobovat, nýbrž si sám určoval, jak bude postupovat.

Při druhém setkání došlo u Františka k obrovskému zlepšení, protože již správně spočítal všech pět úloh. Když jsme si na závěr setkání povídali o celkové náročnosti úloh, František ji popsal jako poměrně vysokou oproti úlohám, které ve škole běžně řeší. Zadání úloh ve škole chápe lépe a je tam pro něj také snadné rozvrhnout si zápis, podle kterého rád počítá.

První úlohu s Minecraftem vyřešil ihned a vzápětí mi popsal i postup, kde je vidět, že došlo k transferu minule nabytých poznatků na nové situace. Sám uvedl, že tentokrát se mu úloha zdála jednodušší, protože představit si, kolik helem koupit, mu nedělá problém. Dodal také, že počítačovou hru Minecraft hraje, což mu pomohlo, a označuje tuto úlohu jako pro něj nejatraktivnější.

Druhou úlohu si matně pamatoval a uvedl, že to bylo asi 48 nebo snad 42. Když jsem se ho ptala, jak k výsledku došel, odpověděl: *„Mezery, když se spočítají, tak je to 54, ale to deváté už se pak nepočítá.“* Jak víme, v této úloze oproti stejné úloze z prvního setkání, máme k dispozici obrázek zobrazující stromy vysázené v řadě, který ale není příliš názorný, na což upozorňovala i paní učitelka dětí, se kterými jsem rozhovory vedla. Zeptala jsem se tedy Františka, zda si myslí, že mu obrázek pomohl, nebo si to spíše pamatoval z minula. Odpověděl, že spíše ten obrázek a že se na něj chvíli díval, ale pak se v tom ztratil a pokračoval bez obrázku. To dokazuje, že obrázek není příliš dobrý pro tuto věkovou kategorii pro vytvoření reálné představy. Na základě jeho výpovědi, že mu obrázek ale zpočátku pomohl, se domnívám, že mu obrázek mohl evokovat minulé řešení úlohy a možná i schéma, které jsme spolu minule kreslili, na jehož základě si vzpomněl na správný postup.

U berounské úlohy, kterou i na poprvé vypočítal bryskně, opět neměl problém. Ačkoli na konci předchozího sezení mi řekl, že více mu vyhovují úlohy s delším popisem, v tuto chvíli se kloní spíše k těm kratším: *„že to nemusím celé číst“*. Pokud to vztáhneme na tuto úlohu, můžeme se domnívat, že když už ji pochopil a řeší ji podruhé, stačí mu kratší popis k pochopení. Na mou výzvu, aby mi pověděl, proč dospěl k tomuto popisu, říká: *„Tak mě to třeba napadlo, že 36 a 4krát méně, tak že to bude dělení nebo násobení nebo tak.“* Z jeho slov vyplývá, že u této úlohy zapůsobila klíčová slova navádějící k určité matematické operaci. Podle mého názoru se nedá říct, že by na něj významně působil delší popis z hlediska vtažení do příběhu. Je ale schopen si vždy z různě dlouhých textů vytáhnout klíčová slova a ty většinou pak správně dosadit do matematických operací. Toto mé zdání koresponduje s jeho preferencí zápisů pro přehlednost. Je to spíše systematik a myslí poměrně analyticky.

Čtvrtou úlohu, kde minule vystupovali lichožrouti a potýkal se zpočátku s jejím řešením, nyní vyřešil dobře, ač ji právě nyní hodnotil jako nejnáročnější. Naopak minule, kdy se jednalo o její verzi s atraktivním kontextem, se mu líbila nejvíce. U této úlohy, kde již vysoce atraktivní kontext absentuje, se opět projevila Františkova schopnost zapamatovat si různé metody řešení, které jsou mu předkládány. Ihned se mne zeptal, zda si to má nakreslit a začal se znázorněním číselné osy, kterou jsem mu minule kreslila. Rychle mi přednesl odpověď *„sedm“,* přičemž postup jakým se k tomu dobral, je následovný:

„Od nuly jsem přičítal sedmičku až do 28 a to je čtyřikrát.

A jak tě napadla ta sedmička?

Já si většinou řeknu třeba 39:4 a pak to zkouším přičítat od nuly.

Takže jsi vlastně dělil, ne že by tě jen tak napadla ta sedmička?

Jojo.“

Zde vidíme, že jeho první odpověď, jak postupoval, byla už vlastně zkouška, tedy ověřování výpočtu, které mi ovšem představoval jako sčítání náhodného čísla, které může být výsledkem číselné vazby. Ve skutečnosti nejprve provedl výpočet 28:4 a poté si ověřoval přičítáním sedmičky, zda to takto jde. Dále výpočet času na tři ponožky prováděl standardně 28-7.

U páté úlohy se znovu objevuje použití slova „třeba“, a to konkrétně: *„Tak Jeníček by třeba snědl 1,5 a Mařenka taky 1,5 nebo třeba Jeníček 1 a Mařenka 2.“*, čímž František zohlednil sice ne všechny, ale většinu alternativ a prokázal, že chápe rozdíl od předchozí úlohy, kde byly přítomny nedělitelné entity. Sám to komentoval: *„U Kviky a Kvoky jsem musel rovnou říct, že 1 a 2, ale tam v druhé můžu říct buď 1 a půl nebo 1 a 2.“* Pátou úlohu, která zjišťuje zohledňování aspektů skutečného života, vyřešil v obou svých verzích a předvedl schopnost nad úlohami uvažovat z více perspektiv.

8.2 Helenka

Helenka je dle paní učitelky inteligentní, hravá. Má svůj vlastní svět, v němž ale řeší spíše jen, co ji baví a při dlouhých numerických počtech se rychle začne nudit a vzdává se. Rovněž u slovních úloh je dost vybíravá a mnohdy záleží na její náladě. Na vysvědčení mívá z matematiky jedničku a je řazena spíše k lepším počtářkám.

Při rozhovorech, které jsme spolu vedly, mi připadala velmi inteligentní, také upovídaná – jak v asociacích, které jí zadání navozují, tak přímo v mentalizaci jejích strategií řešení problémů, tedy přemýšlení o vlastních myšlenkových pochodech. Projevovala se také jako tvořivá, inovativní v přístupech k matematice a někdy velmi intuitivní, přičemž je cítit silná základna logická základna, kterou má. Napoprvé vyřešila ihned tři úlohy, a to třetí, čtvrtou a pátou, přičemž zbylé dvě úlohy pochopila již po krátké pomoci.

Úlohu s jablky začala řešit operací 18:5. Dříve, než jsem stačila něco podotknout, sama se zarazila, že to nejde. Zde je znatelná správná úvaha, že spravedlivé rozdělování znamená dělení, ale brzy rozpoznala, že 18 není dělitelné pěti. Já jí poté zopakovala, že mamince něco zbyde, na což Helenka odpověděla, že takovéto počty ve škole ještě nemají. Doslova řekla, že jí to nedává smysl, což je výraz, který používala velmi často, a já se domnívám, že nebyl použit nahodile, neboť u Helenky se mi jeví, že se skutečně neustále pídí po celkovém smyslu úlohy, po proniknutí do jádra, aby získala celkový dojem, z něhož pak může intuitivně vycházet. Snaží se tedy především identifikovat strukturu úlohy. Abych jí pomohla k pochopení dělení se zbytkem, vysvětlovala jsem, že od 18 něco škrtneme, odebereme, a poté nám zbyde číslo, které lze dělit pěti, aby mohla maminka jablíčka rozdělit. Nato bylo znát, že Helenka princip začala chápat a po krůčcích začala v řešení postupovat, a přirozeně se tak učila dělit se zbytkem. Nejprve by prý dělila *„například 10:5 a vyškrtla by 8,“* na což jsem se zeptala, kolik každý dostane – odpověď *„2“,* a kolik zůstane - její odpověď *„8“,* kterouž jsem okomentovala tak, že je to moc a stále by se to dalo rozdělit mezi 5 dětí. V tu chvíli Helenka odvětila: *„Takže třeba 5 z těch 8 odebrat a každý by měl 3“.* A na mou otázku: *„Kolik zbylo?“,* odpověděla *„3“.*

U stromů začala Helenka otázkou, zda se jedná o násobení, na což jsem přitakala a Helenka začala jásat, že na násobení devíti zná trik, jejž mi poté vysvětlila. Podstata tkví v tom, že prst v pořadí toho čísla, které chce násobit devíti, schová, a výsledek vidí na zbylých prstech. Všímám si, že je velmi hravá a libuje si v inovacích, zatímco „otrocké“ počítání je jí cizí. Navrhla řešit úlohu násobením šest krát devět. Za dobrý myšlenkový postup jsem ji pochválila, ale navrhla nakreslení schématu a sečtení mezer mezi stromy. Velmi rychle pochopila a spočetla šest krát osm a vychází jí 48. Tato úloha jí vysloveně učarovala, oblíbila si ji nejvíce, což na konci rozhovoru objasnila těmito slovy: *„Dá se to snadno zjistit a nemusíme dělat v hlavě žádné složité výpočty a hned víme, že je to 8,“* a při druhém setkání se k této úloze vrátila se slovy, že ji miluje. Toto sdělení mi pro Helenku přijde příznačné, neboť složité výpočty v hlavě intuitivní člověk skutečně rád neprovádí, a naopak se uskutečňují nevědomě. Intuitivní člověk musí disponovat znalostí širokého spektra operací, jež využívá bez snahy nad nimi se zamýšlet, jak jsem již popsala v teoretické části. Rovněž se jí na úloze líbilo, že je možné si to nakreslit a jelikož je Helenka velmi vizuální typ s bohatou představivostí, napadaly ji různé asociace, které jí pomáhají. Moje schéma jí například připomínalo notový zápis, kde jsou také mezery mezi čárkami (Helena navštěvuje hudební sekci ZUŠ, obor zpěv).

U berounské úlohy se Helenka velmi rozpovídala, neboť kontext dětského tábora u ní velmi rezonoval. Povídala mi o tom, že angličtinu miluje a sport naopak nesnáší, o čemž jsme spolu chvíli diskutovaly, a Helenka až poté pokračovala ve čtení zadání. Ihned přišla se správným řešením 36:4, přičemž jako výsledek nesprávně uvedla nejprve 8 a poté 7, tudíž sem do toho vstoupila se správným řešením. Podle všeho se správnou matematickou operací přišla tak brzy díky své povaze intuitivní dívky žijící v příbězích, která potřebuje k vyřešení obrázek o celé situaci. Říká: *„do posledního detailu to vysvětlili a tím se mi líp myslelo."*

Lichožrouty řešila správně a současně dodala správné odůvodnění - když 28 minut na 4 ponožky, tak 28:4 je 7 minut na 1 ponožku. Čas na tři ponožky by správně řešila odečtením sedmi od 28, ale došla ke špatnému výsledku 19, který po mé negaci opravila na 21. Orientace v časoprostoru Helence zjevně nedělá problém. Když jsme na konci rozebíraly úlohy, u této Helenka tvrdila, že lichožrouty nezná, pozitivní ovlivnění známým kontextem zde tedy nemohlo nastat.

U slepic H. znovu akcentovala reálné souvislosti, a tudíž si uvědomila, že nemůžeme přesně říci, kolik která slepice snesla, natož říci, že obě snesly stejně.

„Dohromady snesly tři vajíčka, ne?

Dá se nějak zjistit, kolik která snesla?

Ne, protože 3 děleno dvěma je nesmysl."

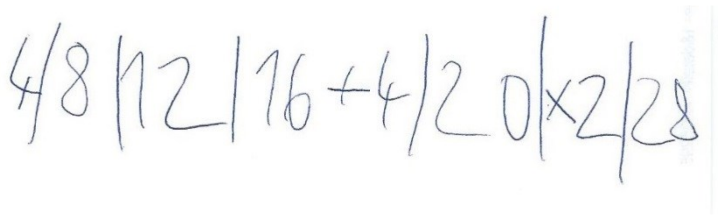
Při řešení Minecraftu v rámci druhého setkání byla zpočátku zaražená, spolu jsme tedy ověřovaly, co má počítat. Po zmapování situace představila Helenka svůj postup: *„Já občas udělám, že vezmu 8 a odečtu z ní 5 a to je 13* (zde se přeřekla, což nezaregistrovala, ale v hlavě počítala správně) *a takhle pokračuju a přičítám, až bude 18"* Nato jsem ji požádala, jestli by své výpočty nemohla napsat na papír. Z její úvahy bylo zřejmé, že provádí různé ověřování svých tezí metody pokus-omyl, mohou zde figurovat opět návodné vazby čísel. Helenka poté zapsala 18-5=13, což je už standartní postup dobírání se výsledku odshora. Na mou otázku kolik zbyde: *„13. A pak si vyberu tu trojku, nebo teda tu pětku a mám 8, a to by byly dvě helmy. A koupil by si asi tři helmy, ne?"* Postupně tedy odečítala pětku od nejvyššího čísla, přičemž vždy pamatovala na číslo, které jí zbylo, a jež pro tu krátkou chvíli brala jako zbytek. Poté z něj dále odčítala, pokud to šlo. Když nešlo, zjistila jaký je zbytek, se kterým už dále nelze pracovat. Vzhledem k tomu, že tato verze první úlohy je procesuálně jednodušší a je možné v ní postupovat odčítáním, a ne dělením jako v první úloze. Helenka jej tedy zvolila, neboť se ukazuje, že sčítání a odčítání je dětem bližší, ač ve škole se v té době soustředí téměř plně na dělení a násobení. Když jsem se ptala, kolik by Vítkovi zbylo, pocítila potřebu si to znovu zapsat a odpověděla: *„13-5 je těch 8, jak jsem si před chvilkou vypočítala a pak je 8-5, rovná se 3.“* Úlohu dále komentovala, že se jí líbila nejvíce, protože hraje Minecraft, což jí prý pomohlo a *„taky jsem si to mohla nějak rozumně zapsat, tak jak to já dělám,“* řekla.

V oblibě úlohy se stromy zůstala konzistentní: *„To je zas ta úloha, kterou miluju.“* Doplnila jsem, že tentokrát u ní máme navíc obrázek a zeptala jsem se, zda jí pomůže. Helena si nebyla jistá a rovnou přešla ke kresbě minulého schématu, protože tento obrázek prý nepochopila, což potvrzuje tvrzení paní učitelky o jeho nenázornosti. Dále mi sdělila, že si to umí představit, následně kreslila, počítala mezery a došla k postupu 6x8 rovná se 48. Na mou doplňující otázku, proč to nenásobila devíti, odpověděla: *„Protože mezi stromky je 6 metrů,“* což nesvědčí plně o pochopení otázky, ale podle mého názoru odráží to, co je pro ni při řešení podstatné, na co se musela soustředit. Nicméně v řešení se rozhodně projevil vliv tréninku, sama o úloze řekla, že se jí řešila lépe, než minule, protože už to jednou počítala a uměla si to nyní lépe představit.

V berounské krátké úloze opět projevila svou konzistenci v preferenci typu problémů, neboť nejprve uvedla, že úlohu moc nechápe, což dále vysvětlila slovy: *„No minule to bylo lepší, všechno tam vysvětlili, kolik tam je pokojů a tak.“* Postupovaly jsme tedy po dílčích otázkách typu: co chtějí zjistit, kolik je dětí, apod., protože bez popisu potřebovala Helena mírnou dopomoc, nicméně postupně ke správné matematizaci dospěla. Říkala, že když chtějí objednat 4x méně pokojů, než je dětí, tak ji napadá nejspíše 36:4, ale zdráhala se to říci, a několikrát zopakovala, že nezná násobky 4 a není si jistá, zda 36 je jejím násobkem. Je to zajímavé, protože při minulém setkání s touto úlohou, která ovšem měla rozšířené zadání, neměla nejmenší problém, alespoň co se týče přiřazení matematické operace na základě klíčového slova. To však figuruje i v této úloze a efekt přitom navozuje rozdílný. Tento rozpor u Helenky vyvrací původní domněnku paní učitelku, tj. že děti takto dlouhé zadání odradí. Pro zajímavost jsem se Helenky zeptala, jestli ví, kolik by to bylo pokojů, kdyby chtěli čtyřikrát více, než dětí. Po chvilce zdráhání řekla opatrně: *„Nevím, jestli to není trochu přehnané, ale 36x4?“*

Zde je evidentní zamyšlení nad reálností situace, neboť číslo se jí zdálo příliš vysoké. Dále po krátké odbočce jsme pokračovaly ve standartním řešení, přičemž Helenka nedokázala přijít na výsledek: *„Přiznám se, že skoro vůbec neumím dělit čtyřmi, ale kdybych to měla říct odhadem, tak... asi nevím.“* Já jsem tedy odpověď *„9“* Helence řekla, na což mi odvětila, že měla dojem, že to bude něco kolem osmi, devíti. Připomeňme, že numericky tento problém nevyřešila ani minule. Na konci našeho setkání při rekapitulaci úloh znovu zdůraznila, že tato verze berounské úlohy se jí líbila méně, než minule, protože tam bylo méně informací a muselo se více přemýšlet.

Čtvrtou úlohu opět jako minule vyřešila bryskně, přičemž řešením myslím zvolení správného postupu. Ale 28:4 pak již nedopočítala, tudíž jsem jí mezivýsledek poskytla já, aby mohla pokračovat s další otázkou. Tam byl opět její postup správný, a to 28-7, ale chybný výpočet *„19“,* jenž si po mém opravení, opět uvědomila. Když jsem po Helence chtěla, aby více rozebrala svůj postup, sdělila mi, že si dělitelnost čtyřmi musela nejprve ověřit postupným přičítáním čísla čtyři. Její zápis je přiložen pod úlohou. Zde byla Helenka spokojenější s touto verzí úlohu, kde figurovala pouze paní Horká pletoucí ponožky, což byl kontext zamýšlený spíše jako méně atraktivně. Již minule Helenka uvedla, že neví, co jsou to lichožrouti. Až při tomto druhém setkání však více popsala, že ji tehdy celou dobu vrtalo hlavou, *„co je to ten lichožrout“* a rušilo ji to. Jedná se o jasný příklad zmatení neznámým kontextem, nicméně konkrétně Helenku to nezmátlo natolik, aby nezvládla ihned zvolit správnou matematickou operaci, ale máme zde však důvod její preference „méně atraktivní“ úlohy.



U Jeníčka a Mařenky předvedla perfektní porozumění realitě. Ač ji nazvala „nesmyslnou“, což v tomto případě není nasnadě, rozlišuje mezi nesmyslnou a více nesmyslnou, což jsou její názvy pro dělitelné a nedělitelné entity.

Zde si dovolím odcitovat celý náš rozhovor:

„Zase nesmyslná. Každej by mohl sníst třeba 1,5

A pamatuješ si, jaká byla ta minule?

Byla víc nesmyslná, protože slepice nemůže snést půl vajíčka."

Opět zde můžeme vidět použití slova „třeba", jaké použil už dříve František, a je pro tuto úlohu velmi podstatné. Když jsem na závěr chtěla od Helenky okomentovat atraktivitu této úlohu, zhodnotila ji jako *„taky dobrou"* a byla to pro ni příležitost pochlubit se tím, že už umí napsat 1,5, což mi v jejím zápise ukázala.

8.3 Pavlína

Další rozhovory jsem vedla s Pavlínkou, což je podle paní učitelky bezproblémová žákyně, na vysvědčení z matematiky také měla jedničku. Mně se jevila rovněž jako velmi chytrá, důvtipná, protože vždy velmi rychle reagovala na moje pomocné snahy.

V jablíčkové úloze byl její první nápad, že každý dostane 4 a mamince zbyde 0, jelikož si špatně spočítala 18:5 a chtěla se tak možná vyhnout zbytku, se kterým ve škole ještě nepočítají. Poté, co jsem jí vysvětlila, že 4x5 není 18, jak tvrdila, protože 18 není dělitelné pěti, ale zdůraznila jsem, že mamince něco zůstane, Pavlínu napadlo 15 a každý by dostal 3 a mamince by tři jablíčka zbyly. Na princip dělení se zbytkem přišla tedy velmi snadno.

U úlohy se stromy ji sice napadl obvyklý výsledek 54, protože mezery násobila devětkrát, ale po velice krátkém vysvětlení pochopila, oč jde, a to jako jediná bez toho, abych musela kreslit schéma. Stačilo zopakovat, že potřebuje zjistit mezeru mezi prvním a posledním stromem, a navrhuje 48. Pro ještě lepší pochopení jsem jí ale na závěr schéma přesto nakreslila a okomentovala.

U berounské dlouhé úlohy nejprve tvrdila, že to nechápe, což jsem zkoušela prolomit tím, že jsem jí celé zadání přečetla s důrazem na čísla. V tu chvíli Pavlína ihned vykřikla, že výsledek je 9. Když jsem se ptala, co jí na tom předtím činilo potíže, odpověděla: *„No, že jsem nevěděla, jako co mám počítat."* Na rozdíl od Helenky zde můžeme vidět zmatení v množství informací. To, co u ní nejspíše zafungovalo, bylo zvýraznění žádoucích slov. Tato varianta se mi jeví jako nejpravděpodobnější, jelikož se Pavlína v průběhu celého rozhovoru poměrně soustřeďovala na signální slova.

U lichožroutů se Pavlína zamotala ještě výrazněji. Spočetla, že vyhládlý lichožrout sežere jednu ponožku za 9 minut, což vysvětlila příkladem 4:28. Opravila jsem ji s tím, že menší číslo nemůže dělit větším, na což přistoupila, a opravuje se na 28:4=9. Znovu jsem ji tedy upozornila na numerickou nesrovnalost, a Pavlína se opravila na *„7".* Když jsem se poté snažila přijít na kloub tomu, zda se jen přeřekla, nebo skutečně počítala 4:28, P. mi to vysvětluje: *„No já jsem si řekla, jak by to mohlo být…no asi jsem se přeřekla,"* což se mi nejeví jako stoprocentně přesvědčivé. Mám pocit, jako by neměla úplně ukotvené to, proč se dělí 28:4 a ne 4:28, ale zná tu číselnou vazbu. Možná to nechápala natolik, aby spatřovala význam v tom, jaké číslo řekne na prvním místě.

V úloze se slepicemi se Pavlína evidentně snažila dostát matematickému úkolu, ale uvědomovala si jeho absurditu. Navrhuje totiž: každá 1,5 vajíčka. Když jsem se jí ale ptala, jestli si myslí, že to takhle mohly snést, začala se smát, že ne, že půlku useknutého vajíčka snést nemůže. Můžeme zde zpozorovat konflikt mezi snahou vyřešit matematickou úlohu, (přičemž děti v této věkové kategorii se zatím zabývají jen úlohami s exaktním řešením, beze zbytku, apod.) a realitou, kterou si Pavlína uvědomuje.

V průběhu celého rozhovoru byla Pavlínka velmi pozitivní, ale na závěr rozhovoru žádnou konkrétní úlohu jako favorizovanou vybrat nechtěla, ač se rozhodně nejevila jako emočně plochá vůči úlohám. Sdělila mi pouze, že se jí líbily ty úlohy s příběhem, na což jsem zareagovala s tím, berounská úloha, která byla dlouhá a příběhová ji naopak zmátla. Zeptala jsem se tedy, zda jsou lepší příběhy nebo ne, a ona změnila možná pod mým „tlakem" odpověď, že radši tedy úlohy bez příběhu. Zůstává pro mne nezodpovězenou otázkou, co přesně si pod příběhem děti představují. Následně jsem se ptala, zda se liší úlohy, které běžně řeší ve škole a tyto moje úlohy, přičemž jsem dostala odpověď, že tyto jsou dlouhé a ve škole řeší jen krátké úlohy jako například: *„Jenda si koupil šampon za 54 Kč a hřeben za 30 Kč, kolik celkem utratil?“* Jedná se tedy o úlohy, které jdou přímo po jádru matematické operace.

Při druhém setkání došlo u Pavlínky k velkému zlepšení - u čtyř úloh si zapamatovala princip, který byla schopna obhájit.

U první úlohy se nejprve zarazila, co je ten Minecraft, ale když jsem jí to správně přečetla, ihned pochopila. Úlohu vyřešila zcela správně s odůvodněním: *„protože 18:5 nejde, ale jde 15:5 a to je 3 a do 18 zbývají 3 diamanty.“* Na mou otázku, zda si to pamatuje z minula, odpověděla záporně. Skutečně kontext byl tak odlišný, že se dá předpokládat, že šlo o správný transfer znalostí postupů. Jistě si díky minulé zkušenosti uvědomila, že 18 není dělitelné pěti a dobře se jí úloha řešila. Důvod jejího úspěch bych naopak nehodnotila na základě znalosti hry Minecraft, neboť na konci rozhovoru zdůraznila, že sice ví, že to kluci ve třídě hrají, ale ona neví, jak to vypadá.

Naopak u stromů s obrázkem mě hned informovala, že si to pamatuje, ale její chyba z minulého setkání se přesto opakovala, ač při minulém řešení tak brzy začala chápat princip. Poté, co jsem jí schéma nakreslila, mezery spočítala, ovšem s numerickou chybou - jako výsledek uvedla *„49“,* protože špatně přičetla posledních 6 metrů k 42. Obrázek v tomto případě Pavlíně nepomohl, a správně zareagovala až s pomocí mého jednoduchého schématu.

V kratší verzi Berouna rovněž neudělala žádnou chybu a podala mi rovnou vysvětlení, že když to má být 4x méně pokojů, tak se bude jednat o dělení. Naopak kdyby to mělo být 4x více, tak by to bylo více (násobení). Je zde jasná reakce na signální slovo, která u Pavlíny zafungovala i minule, přičemž to ale v delší variantě berounské úlohy chvíli nevěděla, co má počítat. Sama na závěr uvedla, že tato kratší varianta se jí líbila více, protože zde není tolik informací kolem. Též jí přišla jednodušší, jakož i úlohy celkově. Je zde znát, že se minule soustředila a nové postupy se dobře naučila.

U ponožek také došlo ke zlepšení, protože na rozdíl od minula, kde Pavlína nebyla zcela ukotvena v matematických operacích, jejich pořadí a významu, tentokrát správně uvedla, že 28 minut budeme dělit čtyřmi. Na rozdíl od minula také u první podotázky neudělala numerickou chybu. Ta však přišla s druhou dílčí otázkou, kdy 28-7 nejprve spočetla jako *„19“.* Když jsem se jí doptala, jestli skutečně 19, správně řekla *„21“* a také tento dílčí krok okomentovala, *„že už to bylo jednodušší, protože 28 minus těch 7.“*

U Jeníčka a Mařenky nejprve řekla, že se to nedá vyřešit (patrně při vzpomínce na minulou úlohu, která ji mohla připadat podobná), ale vzápětí dodala, že se to vyřešit dá: *„Jeníček mohl sníst 2 a Mařenka 1 nebo prostě Jeníček 1 a Mařenka 2.“* Důležitý je zde opět podmiňovací způsob, který Pavlína používá. Dále jsem se doptávala, zda existuje nějaké řešení, kdyby měli sníst stejně, na což správně odpověděla *„každý 1 a půl.“* Na závěr jsem se Pavlínky zeptala, zda si pamatuje na tu minulou poslední úlohu, na což mně vzápětí doplnila, že to bylo s těma kvočnama a velmi ji vzpomínka na tuto úlohu rozesmála: *„to by musela jedna snést zadeček kuřátka a druhá hlavičku kuřátka.“* Ačkoli minule žádnou úlohu neuvedla jako preferovanou, domnívám se, že tyto emoční projevy kolem úlohy se slepicemi se dají interpretovat jasně kladně.

8.4 Daniela

Daniela je třídní hvězda a vzor, dle paní učitelky talentovaná na všechny předměty a zároveň velmi pokorná, ač si někdy od ostatních dětí musí vyslechnout závistivé projevy. Uvádí školní besídky, reprezentuje školu v recitačních soutěžích, je skvělá čtenářka a z matematiky má na vysvědčení jedničku.

Na počátku našeho rozhovoru se jevila velmi plachá a zaražená, ale později na mě začala reagovat dobře - a s mou pomocí většinu úloh dořešila.

Nad úlohou s jablky dlouho potichu přemýšlela, své myšlenkové postupy se mnou příliš nesdílela. Připadalo mi, že se pokouší dělit, ale je velmi zaražená tím, že nevychází celé číslo, protože dělení se zbytkem ve škole ještě nedělali. Doptávala se mě, zda mamince něco zbyde, stále jí ale dlouho nic nenapadalo, i když jsem jí zdůrazňovala signální slovo „rozdělit.“ Ptala jsem se jí, zda by to nešlo dělit, na což přitakala a navrhla dělení šesti, *„když pěti to nejde“* (to mezi námi nezaznělo, tudíž se skutečně jedná o důkaz jejího dosavadního správného přemýšlení nad dělitelností pěti). Toto jsem rozporovala, že se jablka mají rozdělit mezi 5 osob, a tak dělení šesti nedává smysl, a naopak musíme hledat číslo nižší, než 18, které dělitelné pěti bude. V tu chvíli Daniela začala správně reagovat, navrhla „15“, a dodává i kompletní správnou odpověď. Tuto úlohu zpětně hodnotí jako nejtěžší a velmi se lišící od toho, co počítají ve škole.

Úlohu se stromy nepřekvapivě řešila operací 9x6 s výsledkem 54: *„když devět stromků a mezi nimi 6metrové mezery.“* Poté co jsem jí nakreslila schéma a objasnila oblast zájmu, záhy pochopila - a navrhla ihned „48“. Co se týče preferencí, k této úloze se nijak nevyjadřovala.

U berounské úlohy byla poněkud rozpačitá a zaražená v jejím řešení, což bylo evidentně způsobeno její délkou, kterou v rekapitulaci rozhovoru uvedla jako negativní. Stačí jí prý k vypočtení jen čísla, nepotřebuje dlouhý popis. Patrně se ve větším množství informací zamotala, a je také možné, že si stále ověřovala dělitelnost v této úloze, možná ovlivněna jablíčky z první úlohy. Postupnými otázkami k řešení došla a na závěr i tuto úlohu společně s lichožrouty označila za nejlepší, protože nešlo o dělení se zbytkem. V její jisté opatrnosti, zda se nejedná o dělení se zbytkem, můžeme vidět možné vysvětlení pro její pomalý postup řešení této úlohy.

Lichožrouty zvládla ihned, přičemž tento kontext možná k její úspěšnosti přispěl, jelikož tvrdí, že lichožrouty zná, tuto úlohu následně hodnotí jako favorizovanou a rovněž dodává, že kontext je lepší, a to zvláště v těžších úlohách: *„pak už seš zkušenější,“* říká. Takže pro pochopení náročnější látky je možná vhodné obohatit zadání o atraktivní kontext. Šlo také o dělení beze zbytku, což Daniele vyhovovalo, neboť jí nic v úloze nepřekvapilo. Navíc orientaci v časoprostoru evidentně ovládá.

Poslední úlohu, se slepicemi Kvokou a Kvikou, ohodnotila jako neřešitelnou, protože by každý slepice musela snést 1 a půl vajíčka. Uvádí také, že podobné případy, takové chytáky, ve škole rovněž mívají. Tím tedy nezvažovala alternativy, ale správně s uvědoměním reality.

Při příštím setkání si Daniela vedla podobně dobře. Zvláště u Minecraftu došlo k velkému zlepšení, přenosu znalostí, neboť ihned stanovila správný výsledek s odůvodněním: 18 není dělitelné pěti, tudíž 15 a 15:3 je 3. Rovněž uvedla, že si tuto úlohu z minula trochu pamatuje a hru Minecraft zná.

V druhé variantě úlohy se stromy, kde má k dispozici obrázek, si byla velmi nejistá. Ani můj popis obrázku jí nepomohl, tudíž se opět ukázala jeho nedostatečná názornost. Pobídla jsem jí proto k nakreslení vlastního schématu, kde pak již správně určila oblast, kterou má počítat, ale přesto jako výsledek určila *„54“,* následně *„50“.* Nebyla si v tuto chvíli jistá ani numericky, přičemž začala v duchu mezery sčítat, ale ztrácela se. Pobídla jsem jí proto k počítání nahlas, což jí pomohlo ke správnému řešení.

Berounskou úlohu tentokrát vyřešila ihned, protože jak sama říká, více jí vyhovuje, když to nemusí číst celé a v minulé delší verzi se zamotala. Přitom na závěr úlohy komentovala jako lepší, než ve škole pro jejich rozdílnost, naopak od těch školních, které se ani nemusí číst do konce a už ví, co dosazovat. Je ale na tyto úlohy zvyklá, a proto je pravděpodobně reálně preferuje.

Jak dlouho trvá paní Horké uplést jednu ponožku, sice ihned spočítala správně na 7 minut, ovšem objasňovala to dělením třemi. Když jsem se jí na tuto operaci ptala, chvíli se zamyslela, ale poté došla ke stejnému názoru. Položila jsem jí proto otázku, kolik ponožek uplete za těch 28 minut, na což mění názor na dělení čtyřmi. V této úloze se mi bohužel nedařilo porozumět jejímu užití špatného postupu. Nicméně další podotázku řešila již správně 28-7=21. Před touto variantou dává přednost úloze s lichožrouty, přičemž tu navíc kupodivu řešila zcela správně.

Úlohu s Jeníčkem a Mařenkou nejprve hodnotila jako stejně neřešitelnou jako její dvojici. Na mou otázku: *„Nejde to?“* ale odpověděla, že to jde, že každý snědl 1 a půl. Zde je znatelné rozlišení dělitelných od nedělitelných entit z minula, ovšem neuvedla jiné alternativní možnosti a chybělo i použití podmiňovacího způsobu. Evidentně stále podléhá iluzi, že v matematice existuje jen jedno správné řešení, což v dětech odhalil již výzkum Torulfa Palma z roku 2008 (Vondrová & Žalská, 2013).

8.5 Adina

Adina je podle paní učitelky spíše pomaloučká jak v matematických operacích, tak ve čtení, kde v rámci třídy se pohybuje spíše mezi těmi horšími. Je však velmi pečlivá, ale paní učitelka přesto dodává, že tyto úlohy pro ni musely být velmi náročné. Odhaduje, že bude mít problém s přečtením textu a především s představením si popsané situace. Na vysvědčení měla z matematiky dvojku.

Rovněž mně se takto Adina jevila, neboť měla obecně problém úlohy pochopit. Žádnou úlohu sama nevyřešila a na mou pomoc se taktéž nebyla schopna příliš naladit. Většinou neodpovídala, musela jsem ji výrazně nabádat a přes mé výzvy a snahy o povzbuzení nezačala nahlas popisovat své myšlenkové pochody. Stejně tak co se týče preferencí úloh, nebyla sdílná.

Jablka by nejprve řešila přičtením 5 k 18, což svědčí o naprostém nepochopení řešení situace, špatné přiřazení matematické operace. Následně jsem se snažila objasnit situaci tak, abych ji na správnou operaci přivedla, na což se mi dostalo odpovědi pouze mlčení. Přistoupila jsem tedy ke zjednodušení zadání a chtěla jsem po ní rozdělit 8 jablek mezi 4 lidi, na což se mi opět nedostalo odpovědi. Znovu jsem ubrala na 2 jablka mezi 2 osoby, což Adina vypočítala jako 2 pro každého. Po mém zdůraznění, že celkově máme dvě jablka, již přišla se správnou odpovědí *„1“,* kterou ale nesprávně přenesla i na mé znovuotevření příkladu 8 jablek mezi 4 lidi. V tuto chvíli jsem přistoupila k objasnění signálního slova „rozdělit“. Ukázalo se, že Adina reaguje přímo na doslovné otázky jako *„Je 18 dělitelné 5?“ – „Ne“* nebo na mé opravení jejího čísla, které bychom měli dělit 5 jako *„4“: „To musí být větší číslo, než 5“ – „6“.* V tuto chvíli nebyla schopna generalizace a hlubší úvahy nad úlohou. Se správným výsledkem přišla až ve chvíli, kdy jsem uvedla hotový příklad 15:5. Zbytek v tuto chvíli vůbec nereflektovala a určila, že mamince nic nezbyde. Je zjevné, že Adina je zvyklá spíše na klasické příklady a představivost při četbě je u ní omezená, neboť se čtením samotným má problém a nezbývá u ní kapacita k zapojení dalších kognitivních procesů.

U stromů si rovněž nevěděla rady a i po mém nakreslení schématu devíti stromů stanovila jako postup *„9+6“*. Po mém názorném ukázání těch mezer, o které nám v tuto chvíli šlo, začala zřejmě chápat a spolu jsme nahlas počítaly po každé mezeře, až jsme se dostaly k číslu 48.

U berounské úlohy se v textu orientovala - pochopila, co má počítat. Když jsem se jí tázala, na co se ptají, odpověděla: *„objednat 4x méně“.* Ovšem význam tohoto signálního slova už na matematickou operaci nepřevedla - jako výsledek uvedla *„4“*. Výsledek jsem zamítla s dodatkem, že 4x méně, než je dětí, což počítala jako *„32“*. Rozumí tedy pouze významu „méně“, ale operaci násobení zažitou nemá. Když se ptám, co je to to „krát“- odpovídá: *„nahoru, sčítání“.* Z této úlohy tudíž musela být naprosto zmatená, jelikož méně chápe jako odčítání a krát jako sčítání, tedy „krát méně“ jako protichůdné procesy. Následně jsem jí vysvětlila, že se jedná o dělení a znovu jsem se zeptala, kolik bude tedy 4x méně, než 36. Zpaměti ovládá násobilku dobře, protože odpověděla správně: *„9“*. Na tuto úlohu ukázala v závěrečném hodnocení jako na nejlepší, dále přikyvujíc na mou otázku, zdali zná Beroun, ale byla v tichosti a více již otevřená debatě nebyla. Pravděpodobně ji mohl zaujmout kontext dětského tábora se sportovními aktivitami, neboť se jedná o autentický problém, je to téma dosti blízké dětem a sama A. několikrát týdně náruživě sportuje. Z hlediska matematického, se jedná o úlohu poměrně snadno navozující matematické operace díky signálním slovům, což mohlo Adině pomoci. Ač v nich zcela jistotu nemá, chápala alespoň zhruba, co se má počítat.

U lichožroutů se projevila její neznalost časové úměrnosti a špatná orientace v čase, jež ovšem samozřejmě souvisí i s nedostatkem času tomu věnovaného ve škole. Jako řešení uvedla *„taky 28 minut“,* na což jsem zareagovala nakreslením časové osy. Ta jí, jak se zdá trochu pomohla, avšak místo prostoru mezi čárkami si všímala jen těch čar a určila tedy 5 minut na 1 ponožku, protože *„je tu 5 čar“*. Opět je to pochopitelné, neboť ve škole s číselnými osami nepracují ve smyslu časových úseků, ale jen k určení čísel větších či menších. Následně čísla dosadila do sčítání, což jsem přerušila vysvětlením a předestřením příkladu 28:4, což poté spočetla numericky špatně *(„5“),* ale alespoň se jednalo o řádově relevantní číslo. S další dílčí otázkou si nevěděla rady, ale nakonec s mou pomocí sečetla sedma a sedm a sedm a dobrala se výsledku.

Ve chvíli, kdy jsme došly k úloze se slepicemi, byla již Adina velmi unavená. Jako výsledek udala *„9“,* což jsem zamítla a princip úlohy jí vysvětlila, na což se tvářila bohužel dosti nechápavě, tak jsem raději rozhovor ukončila. Na závěr na mou otázku, kde jsou úlohy těžší, odpověděla, že ve škole, což je dost zvláštní odpověď vzhledem k tomu, jak si vedla v těchto úlohách.

U druhého setkání rozhodně došlo u Adiny rozhodně ke zlepšení. Jsem přesvědčená, že při hlubší práci by začala své matematické myšlení jistě rozvíjet. Někdy šlo ovšem špatně rozpoznat, zda šlo o správný transfer či mechanické zapamatování řešení z minulého setkání, neboť se v průběhu obou rozhovorů ukazovalo, že Adina má velmi dobrou paměť, a například numerické chyby v násobilce se u ní vyskytovaly jen zřídka.

U Minecraftu jsem zpočátku její řešení nechápala, proměnila několik rozdílných numerických údajů, až správně řekla *„3“.* Jako odůvodnění udává *„18, a vlastně vejde se jich tam jenom 5“,* což se mi jeví, jako by již princip pochopila, transfer proběhl, ale byla stále nejistá v tom, co komentuje. Helma stála 5 diamantů, tudíž se dalo odečítat 5 od 18, čímž patrně mínila, že se jich tam vejde jen pět, ale vlastně správně určila počet helem jako *„3“.* Správně stanovila rovněž 3 diamanty jako zbytek. Co se týče znalosti kontextu, uvedla, že Minecraft hraje.

U úlohy se stromy jí fotografie stromů též nepomohla a zpočátku tipuje *„3“,* což teoreticky může být inspirace výsledkem minulé úlohy, neboť podobné kroky již Adina prováděla při minulém setkání (viz úloha s jablky). Možná se jí přemýšlet ani nechtělo. Nicméně po mém nakreslení schématu začala mezery počítat. Nejprve mi řekla, že násobit se budou devětkrát, ale po mé otázce, zda počítáme i tu poslední, se dovtípila a opravila se na *„8x“,* což považuji za významný pokrok, protože tato úloha dělala velké problémy většině dětí, a to i těm, které jinak v úlohách excelovaly, a Adina zde skutečně princip pochopila, což se ukázalo v jejím objasnění: *„Protože mezi stromky je 8 mezer“.*

U kratší verze berounské úlohy zjevně zapůsobilo zapamatování, které mohlo proběhnout tím spíše, že Adinu tato úloha zaujala. Dochází totiž ihned ke správnému řešení, ale nebyla mi těch *„9“* schopna objasnit. Hledala proto jakékoli možné řešení: nabídla mi 4x9 (což je vlastně ověření platnosti), poté 36-4, na což jsem ji opravila na

„krát", což opět vzala doslovně a uvedla *„36x4".* Tím vlastně vůbec již nereflektovala svou odpověď *„9".* Poté jsem jí podala vysvětlení, a ptala jsem se, zda si to pamatuje z minula, na což přitakala. Znovu mi na závěr zopakovala, že tato úloha se jí řešila dobře, a to z důvodu dobrého zapamatování.

Velký pokrok je znatelný též v druhé ponožkové úloze, s paní Horkou, kde Adina nasadila správnou matematickou operaci, dělení. Avšak jako dělitele uvedla *„3".* Důvod mi bohužel ani tehdy nebyla s to sdělit, ale správně reagovala na mou poznámku, že 28 musí rozdělit na 4 části. Určila správný příklad 28:4. Při minulém setkání zdaleka takto rychle nereagovala. Na základě časové osy s jistým odstupem nakonec správně spočítala i čas na 3 ponožky.

S dělitelnými entitami u poslední úlohy si rovněž poradila mnohem lépe, než v její první verzi. Je očividné, že vyšší míru abstrakce zatím Adina nesnese, ale takto dětem bližší matematická struktura byla pro ni ideální. Nejprve sice přišla s řešením, že každý sní jeden, přičemž zbylý jeden perníček nechala mimo, jelikož s necelými čísly ve škole zatím nepracují. Ve chvíli, kdy jsem jí ale perníčky graficky znázornila, zpozornila, ale nic zatím neřekla. Nato jsem ji upozornila, že nemusí být jen jedno řešení, čímž jsem zbořila utkvělou představu jí i ostatních dětí, že existuje jen jedno řešení, což jsem zmiňovala výše u Daniely. V ten okamžik Adina velmi dobře navrhla jednu z alternativních možností, a to, že každý snědl jeden a ten poslední si rozpůlili.

8.6 David

David mívá z matematiky na vysvědčení jedničku a podle paní učitelky je velmi šikovný, chytrý, ovšem obvykle není schopen říct, jak ke svému řešení došel a rovněž má problémy s vytvořením zápisu.

Obdobně se projevoval i v rozhovorech se mnou. Všechny úlohy řešil velmi rychle a intuitivně. Někdy jsem z jeho myšlenkových pochodů byla velmi zmatená.

Úlohu s jablky nejprve řeší od konce, že mamince zbyly 3 a dále se plete mezi čísly 5 a 3, fungují tam pravděpodobně podvědomé číselné vazby. Když jsem se ho tázala, jak na číslo *„tři"* přišel, snažil se nalézt nějaké možné řešení, ačkoli sám svůj postup, který provedl patrně „vhledem“ nepamatoval. Na jeho tázací větě: *„Nebo 18-5-5-5, takhle?“* je vidět, jak se zpětně snažil dopídit možného postupu. Dále na mou otázku: *„jak jsi na to přišel? – odpovídá: že sem to spočítal – a jak? – plusem“.*

Neobvyklá úloha se stromy ho značně vyvedla z míry, neboť zpočátku nevěděl vůbec, jak se k řešení má postavit. Když jsem ho navedla k nakreslení schématu, řekl: *„9x6“,* na čemž si chvíli trval, ale po mém názornějším vysvětlení správně pochopil a uvedl řešení: *„8x6=48“.*

Berounskou úlohu, kterou později určil jako nejlepší z tohoto souboru pro délku svého zadání, vyřešil ihned a stejně tak správně stanovil i postup - správně určil matematickou operaci dělení, 36:4. Když jsem se ho tázala na vysvětlení, proč to takto řešil, odpověděl: *„Protože by to jinak nešlo“.* Odpovědi tohoto typu byly u něj poměrně časté, což je dle mého názoru zcela v souladu s jeho intuitivním myšlením. Delší popisy uvádí jako to, co odlišuje úlohy z této bakalářské práce od těch, se kterými se děti běžně setkávají ve škole a David také tvrdí, že jsou lepší, než krátké s minimem informací.

Lichožrouty rovněž ihned správně matematizoval a dovedl až do konce, přičemž potvrdil, že kontext je mu známý. David se mi jeví jako, že zvládá z delších popisů vždy perfektně vystihnout to podstatné, pochopit problém a správně zvolit matematickou operaci.

V situacích, které jsou však více náročné na znalosti reálného kontextu, který se musí zohlednit, a nelze čerpat jen z údajů v zadání, David znejišťuje, neboť se dostává patrně do konfliktu mezi svými představami o správném školním řešení a aktuálním respektování reality. Jeho první odpověď na úlohu se slepicemi Kvokou a Kvikou byla *„9“,* pro což nejsem schopna nalézt vysvětlení. Jedná se však již o druhé dítě, které s tímto nápadem přišlo – minule to byla Adina, jedná se tedy o dvě děti, které nebyly moc svolné k diskuzi o svých řešících strategiích, a tím pádem jsem se vysvětlení nedočkala. Nicméně ihned na mou znovu vyřčenou otázku *„kolik snesly dohromady?“* odpovídá: „*3“.* Dále mi přišlo očividné, že úloze rozumí, ale neví, jak má svou odpověď právě pojmout. Na mou otázku, zda se to dá nějak rozdělit, odpověděl, že ne. Když jsem pak pátrala po důvodu, opravil své stanovisko na *„dá - 1 a půl a 1a půl“.* Poté jsem znovu apelovala na jeho vysvětlení: *„A může to tak být?“,* na což mi David odvětil:

„Ne, protože by se musely rozkrojit.“. Projevuje pochopení reality, ale nevěděl si rady s pojetím takto specifické úlohy.

Naše druhé setkání proběhlo ze všech nejrychleji, David úlohy řešil poměrně dobře, ale velmi zmatečně a někdy zbrkle. Minecraft vypočítal i odůvodnil perfektně. Na rozdíl od minule, kdy se svůj postup snažil zpětně nalézt, zde mi svůj postup popsal. Je možné, že lepší kontrole vlastního řešení přispěl fakt, že David je velmi aktivním hráčem Minecraftu, a sám uznal, že si to mohl lépe představit.

Druhou úlohu, kde byl k popisu situace navíc obrázek, řešil podobně jako jeho spolužáci při druhých setkání: Nejprve upozornil, že z toho obrázku nic nepozná, poté zopakoval svůj postup *„9x6“,* a já se ho následně snažila navést v myšlenkách na minule, kdy jsme to řešili. V tu chvíli vzpomínka naskočila a spočetl to jako *„8x6“*.

Zatímco při prvním rozhovoru berounskou úlohu vyřešil kompletně, a vlastně analyticky, nyní přišel se správným výsledkem, ale řešení se snažil obájit zpětně, jak bývá obvykle jeho zvykem. Zpočátku se mu to nedařilo - uváděl různá v tu chvíli neúplná signální slova jako *„o 4 méně“* a později přišel se zkouškou 4x9.

U čtvrté úlohy s paní Horkou zjevně četl David zadání tak rychle, že spletl počet ponožek a uvedl nejprve 14 minut na jednu ponožku. Ve chvíli, kdy jsem si jeho odpověď chtěla ověřit, se znovu podíval do zadání a opravil se na 7 minut a 21 minut na 3 ponožky, čím potvrdil svůj úspěch v řešení její obdoby.

U poslední úlohy se ani příliš nerozmýšlel, a možná už v tu chvíli uvolněn, že více možností je nasnadě, uvedl dvě alternativy – *„1 a půl a 1 a půl, nebo 1 a 2“.*

Nyní bych ráda přehledně ukázala, jak si vedly děti v jednotlivých úlohách. Každá z těchto dvou tabulek představuje jedno setkání. V jednotlivých kolonkách zaznamenám, jak děti postupovaly následovně: 3 plusy budou znamenat samostatný správný postup, 2 plusy správný postup s mírnou dopomocí, 1 plus správný postup s výraznou dopomocí, minus nevyřešení. Kroužkem jsem označila postup, který jsem nedokázala interpretovat, z důvodu již dříve vysvětleným.

1. setkání	František	Helenka	Pavlína	Daniela	Adina	David
Jablka	++	++	++	+	+	+++
Stromy	++	++	++	++	+	++
Berounská dlouhá	+++	+++	++	++	+	+++
Lichožrouti	++	+++	++	+++	+	+++
Slepice	+++	+++	++	+++	-	++

2. setkání	František	Helenka	Pavlína	Daniela	Adina	David
Minecraft	+++	+++	+++	+++	○	+++
Stromy s obrázkem	+++	+++	++	+	++	++
Berounská krátká	+++	+	+++	+++	○	+++
Paní Horká	+++	+++	+++	++	++	++
Jeníček a Mařenka	+++	+++	+++	++	++	+++

9. Srovnání napříč žáky a úlohami

První úlohu s jablky řešily děti často podobným způsobem, jelikož šlo o úlohu s dělením se zbytkem, které se ještě ve škole neučily. V zadání se vyskytuje signální slovo „rozdělit“, na které všechny děti s výjimkou Adiny, která pětku přičítala, zareagovaly. Ovšem dělitele pětku jsem jim nějak musela „vymluvit“, a většina z nich se po mém vysvětlení intuitivně dělit se zbytkem v průběhu úlohu naučila. U Helenky zafungoval vlastní zápis, U františka zase pravděpodobně návodné vazby. Adina ovšem při prvním setkání reagovala tak, jak byla dosud patrně zvyklá, a to pouze na přímé příklady či uzavřené otázky.

Kontext formulovaný v této úloze v žádném z dětí nezanechal žádný dojem, nikdo z dětí ji nejmenoval jako oblíbenou, což koresponduje s názorem paní učitelky. Zato co se týče náročnosti v matematické struktuře, byla jednou, a to Danielou, zmíněna jako nejnáročnější.

Úloha s Minecraftem byla napříč žáky velmi úspěšná. Naprosto správně s transferem znalostí z minulé úlohy ji vyřešili a odůvodnili David, František, Pavlínka a Daniela. Většina z nich vysloveně vychází z toho, že 18 není dělitelné pěti a jsou schopni bez problému počítat se zbytkem. Kromě zkušenosti naučení nového postupu při minulém setkání je možný aspekt, který mohl zafungovat, a to kontext počítačové hry. Helena, František, Adina i David jsou jejími aktivními hráči, a Daniela ji alespoň zná, přičemž Pavlína jako jediná po přečtení anglického názvu nevěděla, o co se jedná a pochopila až po mém přečtení. Sama tuto hru nehraje a neví, jak vypadá.

Helenka rovněž oceňuje na této úloze, že si *„to mohla nějak rozumně zapsat, tak jak to dělá“.* O oblibě zápisů se zmiňoval rovněž František, ovšem zajisté by bylo velmi podstatné zjistit, jakou konkrétní formu mají jejich podoby zápisů, protože Helena je spíše intuitivní dívka a zápisy, jaké používala, by rozhodně ve škole nestačily, ač k vyřešení pomohly. Tyto výroky dětí nasvědčují přehledné struktuře úlohy, zvláště s přihlédnutím na trénink při minulém setkání.

Úloha se stromy se ukázala jako celkově nejtěžší ze souboru úlohu, neboť žádné z dětí ji nebylo schopno vyřešit ihned bez pomoci, a při druhém setkání vždy opět téměř všechny potřebovaly dopomoc, o čemž se více zmíním níže.

Většina dětí, kromě Adiny a Davida, po přečtení zadání určili výpočet jako 9x6, což dokládá správnou matematizaci a zhruba i orientaci v prostoru, ovšem není to správné zohlednění reálného rozložení v prostoru. V tu chvíli jsem přistupovala buď k nakreslení schématu či vybídnutí samotného dítěte k nakreslení, po čemž většina dětí princip pochopila, nebo potřebovala mírné vysvětlení k obrázku. Jedná se o úlohu, kde zohlednění reálných proporcí, prvků skutečného života, si děti nevšímaly tolik jako v druhé úloze ze souboru, která toto testovala a to té poslední. Může to být způsobeno tím, že se děti v dnešní době přece jen nepohybují tolik v přírodě, neschovávají se za stromy, a tato prostorová představivost u nich tudíž absentuje, a musejí se tedy spolehnout na matematické operace.

Tato úloha vysloveně nadchla Helenku, která se jeví jako velmi vizuální typ. Schéma, které jsem pro děti navrhla, jí připomínalo notový zápis a velmi ji zaujalo. Dále oceňovala, že se nemusí dělat složité výpočty, což znamená, že stačí proniknout do podstaty situace nebo problému, o což se Helena vždy snaží, ale nemusíme například v hlavě udržovat nějaké mezi výpočty.

Úloha se stromy a obrázkem opět dětem dělala značné problémy, ovšem František s Helenkou ji vyřešili ihned. Zdálo se, že vizuální schéma, které jsem dětem při prvním řešení předvedla, bylo pro jejich řešení nezbytné (s výjimkou Pavlíny, ale pouze při prvním setkání). Naopak obrázek děti komentovaly jako nenázorný, přičemž u Františka mohl zafungovat jako pomůcka pro vybavení z minule, pro evokaci řešení a následné nakreslení názornějšího obrázku. Domnívám se, že starším dětem by tento obrázek mohl více posloužit, neboť již oplývají větší prostorovou představivostí, ovšem pro 3. třídu se jevil jako nevhodný.

Jako velmi atraktivní byla tato úloha opět jako minule ohodnocena Helenou, která se doslova vyjádřila, že ji miluje.

Úloha s berounským táborem byla naopak mezi dětmi velmi úspěšná: František, David a Helena ji vyřešili rázem po přečtení. Z hlediska formy podání kontextu, v tomto případě délky zadání, zde ale vznikly dva tábory dětí: ty, kterým celistvost informací pomohla se do problému vnořit, správně identifikovat cíl řešení a matematickou operaci, a ty, které se naopak v textu ztratily. U Daniely a Pavlíny bylo zapotřebí použití signálních slov k vyřešení. Vysvětlení pro příslušnost k první skupině dětí bych citovala Helenu: *„do posledního detailu to vysvětlili a tím se mi líp myslelo."* Naopak Pavlína zastupuje druhý tábor zvyklý spíše na reakci na signální slova: *„no že jsem nevěděla, jako co mám počítat."* Negativní stránka soustředění na signální (klíčová) slova se zobrazila na případu Adiny, která jejich význam ve škole nepochopila, a tudíž měla s řešením úlohy problém.

U kratší berounské úlohy došlo ke zlepšení u Pavlíny a Daniely, které tradičně preferovaly kratší texty zadání a minule se v „záplavě" informací neorientovaly. Tím potvrdily předpoklad jejich paní učitelky, že takto dlouhé zadání je nebude bavit číst a nebudou schopny se v něm orientovat. Tento předpoklad však rozhodně není univerzálně platný, neboť dalším dětem dlouhé zadání vyhovovalo z důvodu potřeby konceptuálního porozumění jak kontextu, tak struktuře úlohy, jako v případě Helenky, což jsem popsala již výše, a dále se tomu budu věnovat.

Úloha s lichožrouty byla pro děti poměrně dost těžká, což očekávala i paní učitelka vzhledem k tomu, že tímto způsobem s časem nepracují. Bez jakékoli pomoci tuto úlohu vyřešili Daniela, Helenka a David. U Adiny a Františka je horší představivost v čase - zatím neměli příliš ponětí o úměrnosti v čase. V této úloze velmi pomohlo nakreslení číselné osy s přidruženým komentářem, neboť děti s ní ve škole pracovaly jen velmi omezeně. V této úloze u Pavlíny figurovaly podvědomé číselné vazby (v tomto případě 4 a 28), které děti nasazují do operací z důvodu vytvoření určitých spojení mezi čísly na základě školního drilu kolem násobků a dělitelů. Tyto vazby se dětem patrně vrývají do podvědomí, a když je to nasnadě, v průběhu řešení dětem náhle vytanou na mysli. Tyto vazby byly rovněž viditelné u Františka u první úlohy s jablky.

Zajímavé je, že další otázka v této úloze, a to kolik času by lichožrout potřeboval na 3 ponožky, řešily všechny děti odečtením sedmi od 28 a Adina sečtením sedmiček postupně, namísto násobení, a tak se ukazuje, že sčítání a odčítání je dětem stále bližší, ač ve škole věnují většinu času násobení.

Navzdory své obtížnosti, byla tato úloha velmi oblíbená. Adina mi při druhém setkání říkala, že s Danielou si o lichožroutech v úloze povídaly ve škole, protože se jim moc líbila. David také lichožrouty znal a úloha se mu líbila i proto, že byla taková delší a příběhová, nešlo jen o obyčejná fakta. Pavlína s Františkem rovněž lichožrouty znali, přičemž František tuto úlohu označil za nejlepší ze souboru toho setkání. Jako důvod uvedl i kontext lichožroutů, ovšem primárně si pochvaloval matematickou strukturu úlohy, a to že nejprve zjistíme čas na jednu ponožku, a poté z toho počítáme tři. Tento fakt souzní s jeho povahou spíše analytického myslitele, který chce znát své postupné kroky. Je také možné, že se mu líbila z důvodu pochopení principu v průběhu řešení (neboť zpočátku si nevěděl rady), jenž mohl následně hned využít a utvrdit se ve své správnosti. Ve znalosti kontextu se vychyluje pouze Helenka, která lichožrouty neznala, tudíž jak sama řekla, jí to nemohlo pomoci, a dokonce při druhém setkání uvedla, že jí minule celou dobu vrtalo hlavou, co je to ten lichožrout, což bylo velmi rušivé. V tomto případě ale evidentně nebyl kontext to hlavní, neboť H. stejně úlohu perfektně vyřešila a František atraktivitu kontextu uvádí až na druhém místě. Ovšem je zjevné, že žáky úloha zaujala a ještě delší dobu si jí pak pamatovaly, tudíž rozhodně stojí za implementaci podobného kontextu do slovních úloh pro zvýšení atraktivity matematiky. Daniela ke kontextu v této úloze, která se jí velmi líbila, dodala, že *„kontext je dobrý zvláště na začátku, a pak už seš zkušenější"*.

U paní Horké se v případech, kdy jsem ji využila u minulé úlohy, opakovalo použití číselné osy. Ačkoli se jednalo o úlohu, kde předpokládaný efekt kontextu byl menší, mezi dětmi byla úspěšnější. Polepšili si František s Pavlínkou, kteří minule princip nechápali, ač kontext se jim líbil. Výrazný posun nastal i u Adiny, u které se však také nejprve vyskytla chyba, které se dopustila i Daniela, a to dělení třemi. Není mi zcela jasné, odkud chyba pramení, ale domnívám se, že tam možná mohla vzniknout operace 4-1, na základě níž se rozhodly dělit třemi, aby odečetly čas na jednu ponožku. Je možné, že v Danielině případě šlo o přehlédnutí, neboť se mne poté doptávala: *„kolik že uplete ponožek za 28 minut?"*, na což když jsem jí odpověděla 4, dělit čtyřmi začala. Stejně tak u Adiny, když jsem zdůraznila, že ten čas musí rozdělit na 4 úseky, pochopila.

Z hlediska dalších společných chyb se projevil problém s odčítáním přes desítku u Pavlíny a Heleny. Když odečítaly sedmičku od 28, dospěly k 19, což je chyba, které se Helena dopustila navíc již v minulé ponožkové úloze. Počítání s přechodem přes desítku jako problematické uváděly i Jirotková a Kloboučková (2013) v problematických oddílech prvostupňové matematiky.

Co se týče oblíbenosti, byla u této z ponožkové dvojice navzdory dobrému řešení výrazně menší, avšak jedno dítě se pro ni rozhodlo, a to Helenka. Ta měla, jak jsem již uvedla výše, s lichožrouty problém, jelikož je neznala, a tudíž jí tato úloha přišla přehlednější. Toto je podstatné sdělení pro snahu implementovat dětský kontext do slovních úloh – musí být známý.

Úloha se slepicemi děti poměrně vyvedla z míry, některé byly velmi překvapené, ale realitu ve větší míře zohlednily. Důležitý byl podmiňovací způsob, který používali David, Daniela, Pavlína a František. Společná chyba Adiny a Davida – první odhad *„9",* se mi, jak jsem již uvedla, nepodařila prohlédnout. U Davida a u Pavlíny nejprve probíhal vnitřní souboj, co je korektní odpověď (viz dříve). Nemožnost tyto entity rozdělit reflektovala i Helena s odůvodněním, že tři děleno dvěma je nesmysl. Nejdále v myšlení došel asi František, který rovnou uvádí alternativní variantu, která mohla nastat, a to, že Kvoka snesla třeba 1 vajíčko a Kvika 2, přičemž je velmi důležité slovo „třeba", které použil. Variant totiž existuje více, což mu připadá zcela přirozené.

František rovněž uvádí, že tato úloha se mu velmi líbila, a to protože je zde více možností, jde o takové vybočení z klasických matematických kolejí. Ta úloha je hravá. Ač ostatní děti tuto úlohu nijak v závěrečném hodnocení nekomentovaly, bylo velmi zjevné, že všem dětem při jejím čtení vykouzlila úsměv na rtech, ba v Pavlínčině případě dokonce záchvat smíchu.

U Jeníčka a Mařenky si už děti byly jistější, s vědomím, že může být více řešení. Kontext jim možná byl ještě bližší, protože dělení se o sladkosti a svačiny je myslím u nich na denním pořádku. Zvláště u Adiny zde došlo k pokroku - je jí patrně bližší kontext i matematická struktura. Pomohlo u ní opět vizuální schéma a komentář vyvracející existenci jediného řešení. Helenka zase rozlišuje dvě varianty posledních úloh jako *„nesmyslnou“* a *„víc nesmyslnou“*. Zde totiž *„by každý mohl sníst třeba 1,5“*. Vysoká variabilita řešení, která zde je, byla u dětí velmi úspěšná, jak jsem již zmiňovala dříve. Domnívám se, že úlohy tohoto typu by měly být více zahrnovány do školní výuky, aby děti rozvíjely divergentní myšlení, které je v životě tak potřebné.

10. Diskuze

Nyní bych ráda zhodnotila, jak výsledky dětí z mého výsledku souvisí s teoretickými koncepty Brunera a Vygotského a především s výsledky aktuálních výzkumů.

Když se zaměřím na vývojová stadia dle Brunera (1965), děti z mého výzkumu by se měly nacházet ve stadiu konkrétních operací. Můžou být ovšem již na rozhraní stadia formálních operací, které se vyznačuje abstraktním myšlením a zohledňováním alternativních možností, se kterými nemají vlastní zkušenost (Bruner, 1965). V úloze se slepicemi Kvokou a Kvikou se ukázalo, že tyto děti jsou již schopny zohledňovat různé alternativy, což zvládaly téměř všechny děti. Dle této úlohy by se dalo říct, že nejdále ve vývoji vstříc abstraktnímu myšlení byl František, který automaticky uváděl různé alternativy řešení. To, co jim naopak někdy bránilo, například v případě Davida a Pavlíny, sebejistě si stát za svým názorem, byla představa, že v matematice existuje pouze jediné řešení a do matematiky záležitosti z reálného života nepatří, což jsou postoje, které byly zpozorovány ve výzkumu Torulfa Palma (2008, In Vondrová & Žalská, 2013). Tuto jejich představu můžeme označit za jejich mentální nastavení, o kterém mluví Sternberg (2009), a jež blokuje využití fantazie a aspektů reálného modelu řešení.

Když se ale například podíváme na efekt pomocné fotografie v úloze se vzdáleností mezi stromy, vidíme, že obrázek nesimuloval situační model, který by se jednodušeji propojil s matematickým modelem. Nejsou schopny si jen na základě několika stromů představit celé stromořadí a zohlednit v hlavě vytvořené představy o prostoru na obrázku představeném. O plně rozvinutém abstraktním myšlení se tedy u nich ještě nedá hovořit, ovšem dle zóny blízkého vývoje Lva Vygotského (2017) je úkolem nás dospělých jim v tuto chvíli pomoci s pokročením do dalšího stadia. To si myslím, že se rozhodně na mém vzorku dětí ukázalo jako účinné, protože například v této úloze se stromy došlo u všech ke zlepšení v důsledku setkání se s podobnou úlohou a využití jednoduchého názorného schématu, které bylo očividně adekvátní jejich způsobu myšlení, tak jak doporučoval Bruner (1965).

Vliv vizuálních pomůcek se ukázal celkově jako obrovský, což souhlasí s výsledky výzkumu (Hembree, 1990). U úlohy se stromy bylo v obou případech nutné pro pochopení, abych dětem schéma nakreslila. Ve dvou případech se jako velmi účinné ukázalo využít číselné osy a v jednom případě nakreslit tři perníčky z úlohy s Jeníčkem a Mařenkou. Ve všech třech případech použití vizuálního schématu došlo k velkému zlepšení i u Adiny, u které byly matematické dovednosti, jak deklarované učitelkou, tak předvedené ve výzkumu, na nejnižší úrovni.

Zjistit, jakou roli kontext hraje, byl jedním z hlavních cílů mého výzkumu a ukázalo se, že je třeba rozlišit kontext jako kognitivní faktor a jako motivační faktor. Právě zmiňovaný výzkum (Hembree, 1992) zaznamenal nižší efektivitu kontextu atraktivního pro děti. Toto jsem tedy já ověřovala z hlediska kontextu jako kognitivního faktoru a konkrétně v případě jednotlivých slov, ke kterým děti váže přímá zkušenost či afektivní vazba, jako „Minecraft“ nebo „lichožrouti“. Nemluvím o způsobu podání: délce textu a příbězích, které rozvedu později. Například úloha o hladovém lichožroutovi byla správně vyřešena dvěma dětmi, které lichožrouty znaly, ale také Helenkou, která je neznala. Navzdory velké oblíbenosti této úlohy mezi dětmi, byli František s Pavlínkou, kteří její oblibu mimořádně vyzdvihovali, poprvé neúspěšní. V druhém kole, kde byl již kontext v zadání spíše standartní, u nich došlo ke zlepšení, přičemž František svou oblibu odůvodňuje spíše přehlednou matematickou strukturou úlohy. U Františka navíc mohlo dojít ke zlepšení výkonu díky použití číselné osy, kterou jsem mu na poprvé představila, a po druhé k ní automaticky přistoupil. Naopak Helena, která úlohu řešila úspěšně v obou případech, lichožrouty neznala, a dokonce jejich výskyt v zadání hodnotila jako rušivý. V případě Adiny, která na poprvé měla velké problémy s matematizací úlohy a jejím řešením, ač ji lichožrouti velmi zaujali, v druhém případě patrně pod vlivem tréninku a vizuální pomůcky, řešila úlohu již lépe. Pouze u jediného z pěti dětí, a to Daniely, se projevil lepší výsledek v případě první úlohy s tímto nestandartním kontextem. Daniela rovněž o kontextu promluvila ve smyslu, že v začátcích pomáhá, a podruhé už je člověk zkušenější. Ovšem u ní pak u druhé dvojice z úloh u ní naopak došlo ke zhoršení.

U této lichožroutské úlohy (a paní Horké) bych možná na okraj zmínila jeden aspekt komplikující řešení slovních úloh, který zmiňovaly již Vondrová a Žalská

(2013), a to pseudo-reálnost některých úloh, zvláště těch na společnou práci. V případě „žřaní“ nebo pletení ponožek to sice není jako běh na 100 km zmiňovaný ve výzkumu (Vondrová & Žalská, Kritická místa matematiky na 2. stupni základní školy v diskurzu učitelů, 2013), ovšem i zde se vyskytla situace, kdy jednomu dítěti nebylo po chuti, že by nějaká činnost probíhala stále konstantní rychlostí. Již v popisu výsledků Adiny jsem zmiňovala, že svou odpovědí, že když na 4 ponožky 28 minut, tak na 1 taky 8 minut, nepochopila fakta časové úměrnosti. Dle mého názoru ale určitou měrou se v této odpovědi mohla zrcadlit i realita skutečného života, a to, že někdy jíme rychle, někdy pomalu a někdy pleteme rychle, někdy pomalu. Snaha přímo takto počítat dobu za kterou něco například sníme, může být skutečně šroubováním matematiky tam, kde exaktnost nemá co dělat.

Další úloha, kde figuroval kontext, který by mohl být u dnešních dětí oblíbený, byla úloha s Minecraftem. Tu děti řešily poměrně úspěšně, a to jak ty, které ji znaly (František, Helenka, David a Daniela), tak Pavlína, která ji neznala. Adina tuto hru rovněž hraje, nicméně její způsob řešení byl pro mne složitě hodnotitelný (viz výše). Ačkoli děti hrající Minecraft uvedly, že si to díky tomu mohly představit, zůstává otázkou, zda jim pomohl skutečně kontext sám, neboť operaci, s jejíž pomocí se k výsledku dostávaly, užívaly již v úloze s jablky, po mém vysvětlení. Pravděpodobně zde tedy proběhl pozitivní transfer, o němž píše Sternberg (2009). Je však možné, že šlo o kombinací obojího, neboť děti byly v této úloze velmi úspěšné a označovaly ji za velmi oblíbenou. Pro tuto oblíbenost však jako důvod uvádí Helenka možnost vytvořit si k ní zápis, který jí pomůže, což by rovněž svědčilo o větší důležitosti přehledné struktury.

V případě kontextu evokujícího pro děti atraktivních aspektů z hlediska jeho kognitivní pomoci, je z mých výsledků tedy těžko posoudit, zda šlo právě o jeho vliv. Děti se v úlohách druhých v pořadí většinou zlepšily, možno pod vlivem tréninku a správného transferu.

Atraktivní kontext však může rozhodně sloužit jako motivační faktor pro matematiku. Jak uvádí i Jirotková a Kloboučková (2013), nízká motivace pro řešení slovních úloh hraje v neúspěšnosti významnou roli. Když se však v souboru úloh z tohoto výzkumu vyskytly úlohy pro děti atraktivní, získaly na oblibě. Zvláště pozitivně se děti tvářily u úlohy se slepicemi. Zde shledávám důvod v tom, že z nějakého důvodu jsou slepice u dětí velmi oblíbené, shledávají je patrně dosti roztomilými, stejně tak jako je velká obliba zvířat z farmy celkově. Tuto oblibu dokládají neustále vznikající hollywoodské filmy pro děti se zvířecí tematikou tohoto druhu, například: Slepičí úlet (2000), Ptačí úlet (2013) o dvou krocanech, Rio (2011) o papouškovi, Čapí dobrodružství (2016). Ptáci jsou u dětí velmi oblíbená zvířata (o filmech o tučňácích nemluvě). Zvířata z farmy můžeme nalézt v knížkách pro nejmenší děti, v různých leporelech, což pro tuto preferenci může vytvářet půdu.

Úlohy, které se způsobem podání kontextu lišily od těch standartních, na které jsou děti zvyklé ze svých tradičních učebnic, bychom dle terminologie používané ve výzkumu Vicenteho a Manchado (2016), nazvali „autentickými“ úlohami, což jsou takové, které odrážejí běžný život žáků (v tomto španělském výzkumu je zmíněna úloha s plánováním třídního výletu dětmi samými). Jako takové by se v mém výzkumu daly identifikovat úloha se stromy, částečně berounská úloha a úlohy se slepicemi a Jeníčkem a Mařenkou. V úloze se stromy je totiž přímá vazba na zkušenost či představivost – rozhodně v zadání nemáme přímo stanovené to, co potřebujeme pro zjištění. Děti se s touto úlohou poměrně potýkaly, ale většinou jen zpočátku. Po krátkém vysvětlení a využití názorného schématu většina z nich do podstaty pronikla. V mém případě nelze zcela napřímo srovnávat s výsledky výzkumu Vicenteho a Manchado (2016), neboť u nich šlo o okamžitý výkon dítěte v testu, kdy mu žádný dospělý nepomáhal. V mém výzkumu po vzoru Vygotského jsem zjišťovala, jak se jim bude dařit s mým vedením. Dle Vygotského *„ (...) stav vývoje není nikdy určován jen jeho dozrálou částí (...) je potřeba počítat i se zónou nejbližšího vývoje“ (*Vygotskij, 2017, s. 98). Proto jsem v rámci dynamického hodnotícího prostředí sledovala i jak jsou děti schopny předčit svůj aktuální vývoj a jak těží z mé pomoci. Mé vedení spočívalo v aktivní přítomnosti – opakování jejich myšlenkových postupů, vyjádření souhlasu či nesouhlasu, když bylo zapotřebí, dále snaha upozornit na možné pomůcky (často vizuální, kreslení schémat), vybízení k pochopení těchto pomůcek či následné vysvětlení principu, jenž pak již byl na dětech, aby ho aplikovaly. I přesto celkově lépe si vedly děti, které byly vybaveny již předtím rozvinutějším matematickým chápáním a byly učitelkou hodnoceny jako schopnější, což koresponduje s výzkumem Vicenteho a Manchado (2016), kde děti úspěšnější v testu matematických schopností a v testu čtenářského porozumění více uspívaly u autentických úloh.

Za zmínku ke druhé úloze rozhodně stojí to, že ač bez mých návodných otázek a schématu by žádné z dětí úlohu ihned samo nevyřešilo, kromě Adiny všichni určili správnou matematickou operaci, a to násobení, aniž by v zadání figurovalo signální slovo. Byly tak schopny zohlednit realitu, ač ne zcela do důsledků a matematizovaly v tuto chvíli perfektně, což se neshoduje se skeptičností zjištění Vondrové a Žalské (2013), které zaznamenaly z úst učitelů matematizaci jako velký problém na prvním stupni. Samozřejmě však děti v mém výzkumu nematematizovaly vždy perfektně, a například, když jim byl zamítnut jejich první originální nápad, přecházely k náhodným matematickým operacím, jako v případě Františka u úlohy s lichožruty nebo s jablky.

V další autentické úloze, a to se slepicemi a jejím protějšku s Jeníčkem a Mařenkou, si troufám říci, že postupovaly lépe, než španělské děti z výzkumu (Manchado, 2016). Většina dětí totiž upřednostnila skutečnost před tradičním matematickým operováním s čísly, ač různé děti do různé úrovně, a někdy lehké povzbuzení rovněž přispělo k jejich dobrému výsledku. Opět se ale ukázalo, že děti vybavené lepším logickým myšlení v těchto úlohách potřebovaly menší dopomoc, než ty, které se soustřeďují na signální slova, či mají velký problém porozumět textu zadání. Tento můj pozitivní výsledek se opět neshoduje se zjištěními výzkumu (Vondrová & Žalská, Kritická místa matematiky na 2. stupni základní školy v diskurzu učitelů, 2013), kde učitelé upozorňovali na problém s představivostí a zapojením reálných aspektů do matematiky. Opět ale podotýkám, že jde jen o větší část mého malého vzorku, a ač jde o zjištění, která rádi slyšíme, je stále zapotřebí více pracovat na tom, abychom dětem znovu přiblížili přírodu a kontakt s různými materiály například při fyzické práci, jak jinými slovy zaznívá z výše uvedeného výzkumu (2013).

Co se týče standartních matematických úloh, tak dle Vicenteho a Manchado (2016) u dětí s nízkými matematickými schopnostmi nebyly příliš rozdíly od autentických úloh. Děti, které neměly logickou základnu, stejně tak jako děti se špatnou čtenářskou schopností (o jejíž úrovni jsem se já dozvídala od třídní učitelky), nebyly příliš úspěšné ani v autentických, ani ve standartních úlohách. Toto zjištění jsem mohla pozorovat rovněž já, ač na jednom dítěti, které mělo špatnou orientaci v matematických operacích, špatné porozumění textu a rovněž neukotvené porozumění signálním slovům, které by jej v jednoduchých úlohách zachraňovaly. Tyto nedostatky se zrcadlily ve špatném řešení jak standartních, tak autentických úloh. Podstatné ovšem je, že ač během samostatného řešení u tohoto dítěte v pozitivním smyslu nevyčníval výsledek ani jednoho typu úloh, po chvilce věnování se tomuto dítěti, tréninku, využití vizuálních pomůcek, došlo k velkému zlepšení.

Pro porovnání z hlediska čtenářské dovednosti, děti, které ji vykazovaly vysokou, byly více schopny poradit si v autentických úlohách, které byly někdy poměrně dlouhé. Tímto se opět shoduji s výsledky výzkumu (Manchado, 2016).

Celkově bylo pochopení mezi mnou testovanými dětmi pro standartní úlohy většinou vysoké, ale záleželo na tom, zda se s látkou v nich obsaženou již setkaly. Úloha s jablky i její obdoba s Minecraftem, které nepotřebovaly speciální znalosti nad rámec, ovšem testovaly schopnost dělení se zbytkem, se kterým se děti zatím nesetkaly, se pod vlivem tréninku staly pro děti docela srozumitelnými a úspěšnými. Verschaffelovo zařazení úloh obsahujících dělení se zbytkem mezi nestandartní úlohy, mi v kontextu těchto dětí přišlo zbytečné. Zdálo se, že jím tato matematická operace nemusí do budoucna činit závažnější problémy, na což jiný názor však uváděly ve zkušenostech učitelů Vondrová a Žalská (2013).

U berounské úlohy jsem váhala nad zařazením k autentickým úlohám (kvůli svému situačnímu kontextu), ovšem z hlediska matematické struktury se blíží spíše k standartním (zvláště pokud mluvíme o její kratší variantě, v níž je signální slovo zcela viditelné). Její delší varianta jej rovněž obsahuje, ale je třeba jej v textu více „hledat“. Z hlediska Piageta (Vygotskij, 2017) bychom tuto úlohu cílili na děti tohoto věku, jelikož jsou již na operace v ní obsažené, připraveny, a i reálně většina z nich mé vedení nepotřebovala. Můj výběr úloh se ovšem na tyto neomezoval, a kromě první dvojice úloh rovněž i čtvrtá, ač také standartní, obsahovala prvky, které vyžadovaly souběžné pedagogické vedení. Orientace v čase a schopnost s ním operovat je oblast, která se dosud nacházela spíše v zóně nejbližšího vývoje. Cíl děti zasvětit do náročnějších problémů se ovšem docela zdařil, neboť u dětí, které je dosud neovládaly, po představení časové osy a vysvětlení, došlo k znatelnému zlepšení.

Když se nyní vrátím k přítomnosti dospělého a jeho aktivnímu působení při výuce a zkoušení navrhované Vygotským (2017), které též bylo hlavní náplní tzv.

explicitní výuky (tj. uvažování nahlas a bezprostřední zpětná vazba od učitele) rozvinuté ve výzkumu (Gersten et al. 2008, In Vondrová & Žalská, 2013) se ukázalo jako velmi účinné například v případě Adiny, která navzdory velmi špatnému pochopení zadání při prvním setkání, byla podruhé mnohdy schopna své správné odpovědi pod vlivem pomocných otázek i velmi dobře odůvodňovat (jako například u poměrně náročné úlohy se stromy). Dobrou vnímavost vůči mým snahám demonstroval i František, přičemž v jeho případě došlo ke zvýšení úloh spočtených zcela samostatně z dvou na všech pět. Naopak Daniela, která mi připadala, že si úlohy řeší spíše po svém, v duchu, a není ochotna své myšlenkové pochody se mnou sdílet, měla poměrně nevyvážený výkon, kdy při prvním i při druhém setkání vypočítala tři úlohy z pěti, a to pokaždé jiné. Právě ve vnímavosti a otevřenosti vůči nabízené pomoci viděl Vygotskij (2017) napříč dětmi signifikantní rozdíly.

Z hlediska Brunerova (1965) rozdělení na intuitivní a analytické myšlení, jež velmi rezonovalo v mém výzkumu, bych se nyní pokusila děti interpretovat. Náhlý vhled do problému bez uvědomění postupných kroků, jež je tak typické pro intuitivní myšlení, jsem rozhodně spatřovala u Davida a Heleny. Davidova vysvětlující slova na otázky, jak k řešení došel: *„protože by to jinak nešlo“* nebo *„že sem to spočítal“,* přičemž perfektně dokáže matematizovat, o tom jasně svědčí. Vedle něj Helenka zase potřebuje příběh pro dokreslení reality, z které pak může vycházet. Ač se jedná o velmi intuitivní a inovativní dívku, mnohdy navíc byla schopna i mentalizovat a své kroky mi vysvětlila. Naopak Františka bych přiřadila k analyticky myslícím žákům kvůli jeho důrazu na zápis a přehlednou strukturu úloh. Z hlediska nutnosti zápisu panuje mezi učiteli rozpor, o kterém mi vyprávěla již paní učitelka – většinou jsou to druhostupňoví učitelé, kteří kladou důraz na zápisy, protože se stěžující se látkou se zvětšuje i důraz na provedení zápisů k identifikaci kroků učitelem. Stejná stanoviska jsou uvedená i v publikaci Rendla a Vondrové (2013), ovšem skutečný vliv tvorby zápisů zdokumentován není. V mém výzkumu se projevilo, že ty děti, které jej preferují, díky němu i dobře řeší, a ty kterým stačí řešení vhledem, se bez něj plně obejdou.

Při hodnocení, jak si vedly jednotlivé děti z hlediska jejich intuitivního či naopak analytického myšlení, se zdá, že u dětí s analytickým myšlením má mnohem větší význam cvik a trénink postupných kroků. V případě Františka došlo totiž k největšímu zlepšení (z 2 na 5 úloh), přičemž velmi dobře vstřebával mé nápady na řešení, a vzal si z nich ponaučení. Naopak u Helenky a Davida byly vyřešeno již na poprvé více úloh pravděpodobně právě proto, že jim více vyhovovaly svou strukturou, a byly schopny se do nich ihned vpravit. Učení prototypických řešení však na ně významný vliv nemělo.

Dále jsem identifikovala děti, které poměrně dobře ovládaly školní matematiku, a dobře reagovaly i na mé vedení, ale spíše se orientovaly na signální slova, a to Danielu a Pavlínu, které tudíž například v berounské dlouhé úloze měly problém tato signální slova zachytit, a v úloze se zorientovat. Obě dívky také většinou své řešení komentovaly vysvětlením významu signálních slov. Na to, že učebnice jsou založeny na úlohách se signálními slovy, kvůli čemuž se může budovat pouze procedurální zběhlost, upozorňovaly již Jirotková a Kloboučková ve svém výzkumu (2013). Právě signální slova jsou dle mého názoru příklady termínů, které Vygotskij (2017) vidí jako ty odborné termíny, které se učíme a až následně si je vysvětlujeme jako symboly pro konkrétní jevy. Dle Brunerových charakteristik (1965) bychom signální slova mohli vidět jako právě ta formální vysvětlení, která jsou pro děti na začátku školní docházky nevhodná a nerozvíjející logické myšlení. *„Dítě se neučí chápat matematický řád, nýbrž spíše užívat určitých prostředků neb receptů"* (Bruner, 1965, s. 44). Tato má domněnka vyvstává z důvodu, že tato signální slova ihned evokují nějakou matematickou operaci (mnohdy bez přemýšlení). Především ale se je děti nejprve speciálně učí znázorňovat, například šipkami, což zmiňovala paní učitelka v mém rozhovoru. Vedle tabule visí vysvětlivky, co slova „více než" a „méně, než" v matematice i skutečném jazyce znamenají. O neporozumění těmto šipkám znamenajícím tato zmíněná signální slova se vyjadřovala již paní učitelka ve výzkumu Jirotkové a Kloboučkové (2013), již jsem citovala už v teoretické části mé práce. Problémy pak mohou nastat zvláště v případě, kdy dítě neporozumělo signálním slovům správně, jak jsem již výše popisovala u Adiny.

Jak ale rozvíjet intuitivní myšlení není jednoduché zodpovědět. Jelikož i já jsem byla spíše vždy trénovaná v tradičních způsobech řešení, bylo pro mne obtížné probudit intuitivní myšlení v dětech, které jím předem nedisponovaly. Nabízí se řešení Brunera (1965), aby matematiku vyučovali intuitivní lidé, jejichž nápodoba by dětem mohla pomoci tento náhled získat.

11. Závěr

V mém výzkumu jsem pátrala především po skutečné roli kontextu při řešení slovních úloh. Jako velmi odlišné se projevily dva aspekty kontextu, a to kognitivní a motivační. V případě kontextu jako motivační pomůcky jsem zaznamenala rozhodně pozitivní vliv, a pro zatraktivnění matematiky jako předmětu, o což mi rovněž šlo, zasazení pro děti oblíbených aspektů do zadání rozhodně doporučuji. V rámci kognitivní povahy kontextu se vydělily opět dva poddruhy, a to jeden, který souvisí s motivačním vlivem kontextu – samotný výskyt „atraktivních" slov, u kterého se jasný facilitační vliv neprokázal. Dále pak způsob podání kontextu, především délka a množství informací o situaci. Z tohoto hlediska se však děti lišily mnohem více, než v preferenci jednotlivých „atraktivních" slov, a především důsledky pro úspěšnost jejich řešení byly významnější. Jedné části dětí zasazení operandů do komplexního textu příběhové formy pomohlo k pochopení smyslu úlohy, tedy k tzv. koncepčnímu porozumění. Toto se většinou dělo u intuitivnějších dětí, nebo i u velmi analyticky myslících, ovšem ne u těch, u kterých dominuje orientace na klíčová slova, a jsou spíše tzv. procedurálně zběhlí. U těch docházelo ke zmatení pod vlivem velkého množství informací bez přímého signálu, co mají počítat. V situaci, kdy děti učíme podmíněně reagovat na signální slova, hrozí nebezpečí, že pokud správně nepochopí celý jejich význam, neb se ho nenaučí z paměti, nebudou umět spočítat ani úlohy s tak „průhlednou" matematickou operací.

Během řešení úloh s dopomocí se v mém souboru prokázal znatelný vliv, a rozdíl při druhém setkání, kdy u dětí často správně nastupoval transfer dovedností na úlohy podobné. Hlavní vliv byl u dětí s analytickým myšlením či těch, které byly spíše zaměřené na signální slova, a představení jiných prototypických řešení je tedy dostalo do nové dimenze.

Při mapování žákovských strategií se rovněž některá zajímavá témata vynořila, a to především rozdíly mezi dětmi na základě intuitivního a analytického myšlení, a důležitost tvorby zápisů. Na tato témata jsem narazila již v průběhu studia odborné literatury, a poté v průběhu provádění rozhovorů i jejich analýzy se projevily jako skutečně stěžejní. Ukázalo se, že jak v případě hodnoty těchto dvou způsobů myšlení, tak v efektivitě provádění zápisů, závisí na preferencích žáků a jejich schopnosti pohybovat se úrovni jejich preferovaného z těchto dvou pólů. Jinými slovy, když dobře umí intuitivně řešit úlohy či si poradí bez zápisu, je to stejně efektivní jako by analyzovaly své kroky a pečlivě krok po kroku prováděly zápis s plným vědomím, co dělají. Naopak vnucovat jim opačný způsob přemýšlení se pro ně efektivní neukázalo. Tím pádem můžou nastat problémy, když intuitivní učitel vysvětluje látku analyticky myslícím dětem a naopak. Výzvou pro současnou pedagogiku by tedy mohlo být sledování různých způsobů dětského myšlení, snaha poznat je a vcítit se do nich, tak aby různé potenciály mohly být rozvíjeny.

Jako velký přínos výzkumu hodnotím zjištění, že děti při řešení ve velké míře zohledňovaly aspekty přírodních zákonů a reálného života. Rovněž byly poměrně velmi úspěšné v řešení úloh s více řešeními, a tyto úlohy též hodnotily velice kladně, což je fakt, který může do budoucna přispívat jejich schopnosti přemýšlet divergentně a řešit naskytnuté problémy každodenního života.

Můj osobní cíl výzkumu byl rozhodně splněn, obohatila jsem se o poznání různých způsobů myšlení a měla jsem možnost kriticky nahlížet na matematické slovní úlohy. Rovněž jsem zaznamenala u dětí s mou pomocí mnohdy výrazný pokrok v řešení úloh, což byl hlavní úspěch.

Použitá literatura

Atkinson, R. L. (2003). *Psychologie.* Praha: Portál.

Beničáková, J. (9. Březen 2018). *Vzdělávací systém ve Španělsku*. Získáno 4. Duben 2019, z Národní informační centrum pro mládež: http://www.nicm.cz/vzdelavaci-system-ve-spanelsku

Bruner, J. S. (1965). *Vzdělávací proces.* Praha: Státní pedagogické nakladatelství.

Csikszentmihalyi, M. (2015). *Flow : O štěstí a smyslu života.* Praha: Portál.

ČTK. (21. květen 2018). *Z matematiky dostala čtyřku a pětku téměř polovina studentů, výsledky se zhoršily i v češtině*. Získáno 26. březen 2019, z Aktuálně.cz: https://zpravy.aktualne.cz/domaci/z-cestiny-propadl-kazdy-desaty-maturant-nejmene-uspesnym-pre/r~bbe7a2b25d0111e8b19b0cc47ab5f122/

de Moura, V. (1. Červen 2014). Learning from the patient: The East, synchronicity and transference in the history. *Journal of Analytical Psychology*, stránky 391-409.

Gastová, T. (12. Únor 2019). *Studenti se bojí čísel, z matematiky jich chce maturovat nejméně za posledních osm let*. Získáno 5. Duben 2019, z ČT 24: https://ct24.ceskatelevize.cz/domaci/2732549-studenti-se-boji-cisel-z-maturity-jich-chce-maturovat-nejmene-za-poslednich-osm-let

Hembree, R. (Leden 1990). The Nature, Effects, and Relief of Mathematics Anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education*, stránky 33-46.

Jirotková, D., & Kloboučková, J. (2013). Kritická místa matematiky na 1. stupni základní v diskurzu učitelů. V M. Rendl, & N. a. Vondrová, *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů* (stránky 19-61). Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta.

Manchado, S. V. (2016). Arithmetic word problem solving. Are authentic word problems easier to solve than standard ones? / Resolución de problemas aritméticos verbales. ¿Se resuelven mejor si se presentan como problemas auténticos? *Infancia y Aprendizaje*, stránky 349-379.

Nunez-del-Rio, C., & Isabel Pascal Gomez, M. (2011). Habilidades matemáticas básicas en alumnos de 3º de Infanti l: detección temprana de dificultades de aprendizaje y orientaciones para la intervención. *Revista Dialogo Educacional*, stránky 83-105.

OECD. (2007). *Executive Summary PISA 2006: Science Competencies for Tomorrow's World.* Získáno 27. Březen 2019, z www.oecd.org: http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/39725224.pdf

OECD. (2014). *PISA 2012 Results in Focus: What 15-year-olds know and what they can do with what they know.* Získáno 27. Březen 2019, z www.oecd.org: https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-overview.pdf

Paula, A. &. (12. Leden 2015). *PROLEC-r – Evaluation of Processes of Reading. Proposal for a Computerized Version.* Získáno 20. Březen 2019, z Research Gate: https://www.researchgate.net/publication/267547706_PROLEC-r_-_Evaluation_of_Processes_of_Reading_Proposal_for_a_Computerized_Version

Plháková, A. (2004). *Učebnice obecné psychologie.* Praha: Nakladatelství Academia.

Průcha, J. (1999). *Vzdělávání a školství ve světě.* Praha: Portál.

Sternberg, R. J. (2009). *Kognitivní psychologie.* Praha: Portál.

Vicente, S., & Manchado, E. (16. Březen 2016). Arithmetic word problem solving. Are authentic word problems easier to solve than standard ones? *Infancia y Aprendizaje*, stránky 349-379.

Vondrová, N., & Žalská, J. (2013). Kritická místa matematiky na 2. stupni základní školy v diskurzu učitelů. V M. Rendl, & N. a. Vondrová, *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů* (stránky 63-123). Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta.

Vygotskij, L. S. (2017). *Psychologie myšlení a řeči.* Praha: Portál.